

# 자유 공간 빔 집중 측정용 렌즈의 이론적 분석 및 초점거리 추정

## Theoretical Analysis and Focal Length Estimation of a Lens for Free-Space Focused Beam Measurements

김수현<sup>1</sup> · 구경래<sup>2\*</sup> · 이재욱<sup>3</sup>

Soo-Hyun Kim<sup>1</sup> · Kyung-Rae Koo<sup>2\*</sup> · Jae-Wook Lee<sup>3</sup>

### 요약

본 논문에서는 최근 개발 중인 위성용 메쉬 소재의 반사판 안테나의 메쉬 시편 전기적 특성 측정을 위한 자유 공간 빔 집중 측정용 렌즈를 대상으로, 가우시안 빔 기반 이론적 분석과 전자기 시뮬레이션을 수행하였다. 이론적으로는 기하광학(geometrical optics) 방법으로 렌즈 투과 과정을 계산하고, 공간 스펙트럼 방법(angular spectrum method)으로 렌즈 투과 후의 필드 전파를 모델링하였다. 가우시안 빔 반경, 축방향 필드 세기, 위상 오차로부터 초점거리를 예상하였고, 이를 시뮬레이션 결과와 비교하여 빔 반경 기준 위상 오차가 가장 적은 거리를 초점거리로 추정하였다. 추정한 값과 설계한 값의 차이는 렌즈 두께에 따른 위상 오차, 주파수 대역에 따른 회절 효과 등이 복합적으로 적용되었을 것으로 예상된다.

### Abstract

This paper presents a Gaussian beam - based theoretical analysis and full-wave electromagnetic simulations of a free-space focused beam lens designed to measure the electrical properties of mesh specimens used in next-generation satellite reflector antennas. The lens transmission process was calculated using geometrical optics, and post-transmission field propagation was modeled via the angular spectrum method. Using the Gaussian beam radius, on-axis field magnitude, and phase error, the focal length was predicted by comparison with simulation results. The focal length was estimated as the distance at which the phase error relative to the beam radius was minimized. The observed discrepancy between the estimated focal length and the design value is attributed to the combined effects of phase errors induced by lens thickness and diffraction across the operating frequency band.

Key words: Free-Space Measurement, Gaussian Beam, Lens Focal Length, Geometrical Optics, Angular Spectrum Method

### I. 서론

최근 국내에서는 위성용 메쉬 반사판 안테나에 대한

개발이 진행 중이다. 안테나 설계를 위해서는 메쉬 시편의 전기적 특성을 측정할 필요가 있으며, 자유 공간 측정(free-space measurement)<sup>[1]</sup> 방식은 시편에 비접촉식으로

†이 논문은 2025년도 한화시스템(주)의 재원을 지원 받아 수행된 연구임.

한국항공대학교 항공전자정보공학과(Department of Electronics and Information Engineering, Korea Aerospace University)

\*한화시스템, 위성시스템 1팀(Satellite System 1 Team, Hanwha Systems)

1: 석사과정(<https://orcid.org/0009-0000-3054-2394>), 2: 전문연구원(<https://orcid.org/0009-0007-6305-5024>)

3: 교수(<https://orcid.org/0000-0003-2903-5904>)

· Manuscript received June 30, 2025 ; Revised July 24, 2025 ; Accepted September 1, 2025. (ID No. 20250630-012S)

· Corresponding Author: Jae-Wook Lee (e-mail: [jwlee1@kau.ac.kr](mailto:jwlee1@kau.ac.kr))

산란계수를 측정할 수 있어, 소재의 기계적 변형이 전기적 특성에 미치는 영향을 분석하기에 적합하다. 측정에는 혼 안테나 등에 렌즈를 사용하여 가우시안 빔(Gaussian beam) 이론을 활용해 시편의 특정 영역에 빔을 집중시키는 빔 집중(focused beam) 방식도 사용되고 있다<sup>[2],[3]</sup>. 그러나 기존 렌즈 분석 연구들은 계산 과정이 복잡하거나, 파장 대비 렌즈가 두꺼운 경우(electrically thick) 발생하는 회절 및 위상 오차를 정확히 예측하지 못하는 한계가 있었다<sup>[4],[5]</sup>.

본 논문에서는 자유 공간 빔 집중 측정용으로 설계한 렌즈를 대상으로, 기하 광학(geometrical optics) 방법 및 공간 스펙트럼 방법(angular spectrum method)을 사용하여 이론적 분석을 수행하고, 전자기 시뮬레이션을 통해 렌즈를 투과한 전계 분포의 결과를 비교·분석하여 초점거리를 추정한다.

## II. 본 론

렌즈는 준광학 이론(quasi-optical theory)<sup>[3],[6]</sup>에 기반하여 설계하였다. 주파수 대역은 X-band 중심주파수인 10.3 GHz로 설정하였다. 렌즈의 재질로는 PTFE( $\epsilon_r=2.1$ )를 사용하였다. 지름은 200 mm이고, 렌즈 양면을 쌍곡면(hyperboloid)으로 설정하였다. 쌍곡면은 한 초점에서 방사되는 광선이 렌즈를 투과하였을 때 평면파가 형성된다는 특징이 있으며 공식은 식 (1)으로 표현된다. 여기서  $n$ 은 렌즈의 굴절률이고,  $f$ 는 초점거리로서 입력 안테나와 시편의 빔 웨이스트(beam waist)에 의해 각각  $f_1=110$  mm,  $f_2=370$  mm로 설계하였다.

$$\frac{\{z-nf/(n+1)\}^2}{f^2/(n+1)^2} - \frac{\rho^2}{f^2(n-1)/(n+1)} = 1 \quad (1)$$

이론적 해석을 위해 그림 1에서 도시한 형상 및 파라미터들을 정의하였다. 렌즈 및 소스가 x, y축에 대해 회전 대칭을 이루므로 원통좌표계( $\rho, \phi, z$ )를 도입하고, 구조가  $\phi$  방향으로 변하지 않아, 2차원 평면 구조로 단순화하였다. 전파 소스는 가우시안 빔 모델<sup>[6]</sup>을 따르며, 렌즈에 입사되는 전기장  $E_1^i$  과 진행 벡터  $k_1^i$  는 식 (2)로 표현할 수 있다.

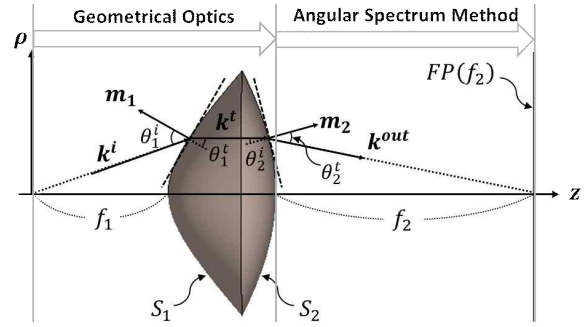


그림 1. 이론적 분석을 위한 렌즈의 형상 및 파라미터  
Fig. 1. Geometry and parameters of lens for theoretical analysis.

$$E_1^i = \frac{w_0}{w(z)} e^{-\frac{\rho^2}{w^2(z)}} e^{-j\left(k_0 z + \frac{k_0 \rho^2}{2R(z)} + \xi(z)\right)} \quad (2)$$

$$k_1^i = \nabla \left( k_0 z + \frac{k_0 \rho^2}{2R(z)} \right)$$

렌즈 표면의 법선벡터는 식 (3)과 같이 쌍곡선 형상  $S_1$  의 기울기(gradient)를 이용하여 얻을 수 있다.

$$S_1(\rho, z) = z(\rho) - \frac{nf_1}{n+1} - \sqrt{\frac{\rho^2}{n^2-1} + \left(\frac{f_1}{n+1}\right)^2}$$

$$m_1 = -\nabla S_1 = -\left( \frac{\partial S_1}{\partial \rho} a_\rho + \frac{\partial S_1}{\partial z} a_z \right) \quad (3)$$

입사각과 투과각은  $k_1^i, m_1$  의 벡터 내적 및 Snell의 법칙으로부터 식 (4)와 같이 구할 수 있다. 식 (5)를 이용하여 TE와 TM 각 편파의 투과계수를 계산한 뒤, 산술 평균하여  $T_1$ 을 구하고 렌즈 내부 필드를 계산하였다.

$$\cos\theta_1^i = -\frac{k_1^i \cdot m_1}{\|k_1^i\| \|m_1\|}, \sin\theta_1^i = \frac{1}{n} \sin\theta_1^i \quad (4)$$

$$T_{TE} = \frac{2\eta_2 \cos\theta_1^i}{\eta_2 \cos\theta_1^i + \eta_1 \cos\theta_1^i}, T_{TM} = \frac{2\eta_2 \cos\theta_1^i}{\eta_2 \cos\theta_1^i + \eta_1 \cos\theta_1^i} \quad (5)$$

렌즈 내부에서는 두께  $t(\rho)$ 만큼 z축으로 전파되어,  $S_2$  에서의 입사파는 식 (6)으로 표현된다. 동일한 방법으로 투과계수  $T_2$ 를 구하여 렌즈를 통과한 필드를 얻고, 이를 수직 단면에서의 필드로 바꾸기 위해 자유공간에서 렌즈 두 번째 쌍곡면의 두께 차이인  $l(\rho)$ 만큼 추가로 전파하여 최종 렌즈 투과 필드는 식 (7)과 같이 표현된다.

$$E_2^i = T_1 E_1^i e^{-jk_z t(\rho)}, k_{z2} = \sqrt{(nk_0)^2 - k_\rho^2} \quad (6)$$

$$E_{out} = T_2 E_2^i e^{-jk_z l(\rho)} \quad (7)$$

필드가 자유 공간에서 전파하는 과정은 공간 스펙트럼 방법(angular spectrum method)를 사용하였다. 이는 필드를 주파수 영역으로 변환하여 전파한 후에 다시 공간 영역으로 변환하여 필드의 분포를 확인할 수 있는 방법이다<sup>[2]</sup>. 원통좌표계의 대칭성을 이용하여 한켈 변환(Hankel transform)을 사용하면 공간 스펙트럼 함수  $F_{out}$ 으로 정의할 수 있고, 최종적으로 z축 방향으로 거리 d에 따라 전파되는 전계는 역 한켈 변환을 통해 식 (8)로 도출되었다.

$$F_{out} = \int_0^\infty E_{out} J_0(k_\rho \rho) \rho d\rho$$

$$E_\rho = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty F_{out} e^{-jk_z d} J_0(k_\rho \rho) k_\rho dk_\rho \quad (8)$$

이론적 분석 결과, 렌즈를 투과한 전계 분포는 그림 2와 같으며, 빔의 집중 현상을 확인하였다.  $\rho$ 축 기준 전계 최대값의 1/e로 감소하는 거리인 빔 반경(beam radius)이 최소가 되는 거리는 166 mm로 도출되었다. 그림 3은 z축 방향에서 거리에 따른 전계 크기 및 빔 반경 범위에서의 위상 오차를 확인하였으며, 전계 세기 최대 및 위상 오차 최소가 되는 거리는 각각 192, 185 mm로 도출되었다.

다음으로, 정확한 초점거리를 추정하기 위해 전자기

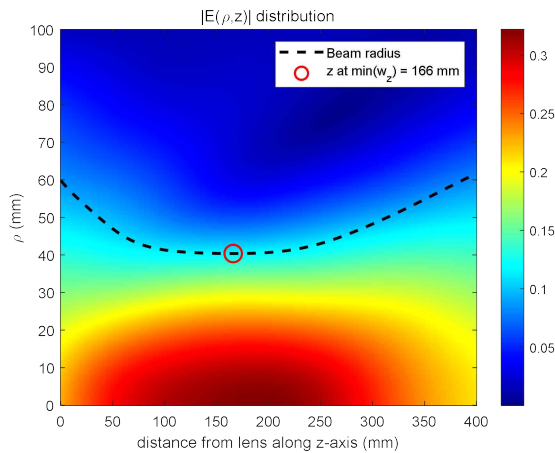


그림 2. 렌즈를 투과한 전계 분포의 이론적 결과  
Fig. 2. Theoretical result of electric field distribution through the lens.

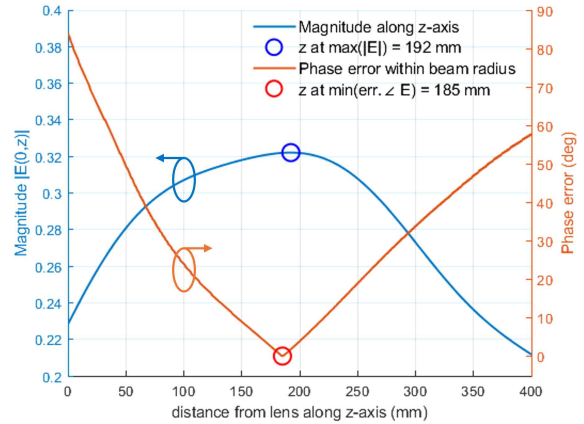


그림 3. z축 방향으로 거리에 따른 전계 세기 및 빔 반경 범위에서의 위상 오차  
Fig. 3. Electric-field magnitude along z-axis and phase error within the beam radius region.

시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션은 CST MWS (microwave studio)를 사용하였고, 소프트웨어에 내장된 가우시안 빔 소스를 인가하였으며, 그 결과는 그림 4에 나타났다. 렌즈를 투과한 빔이 특정 영역에 집중되는 모습을 확인할 수 있다.

그림 5에서는 예상한 초점거리에 따른 전계를 이론과 시뮬레이션 결과를 비교한 것이다. 크기를 기준으로 빔 웨이스트는 약 40.5 mm로 나타났으며, 초점거리가 166, 185, 192 mm일 때 빔 웨이스트의 차이는 각각 약 0.3, 0.02, 0.08 mm에 불과하여 거의 동일함을 확인하였으며, 위상 오차는 이론적 분석 기준으로 각각 5°, 0.2°, 2°를 보였고, 시뮬레이션 기준으로 6°, 3°, 5°를 확인하였다. 이로써, 이론과 시뮬레이션 결과가 가장 근접하고, 위상 오차가 최소인 185 mm

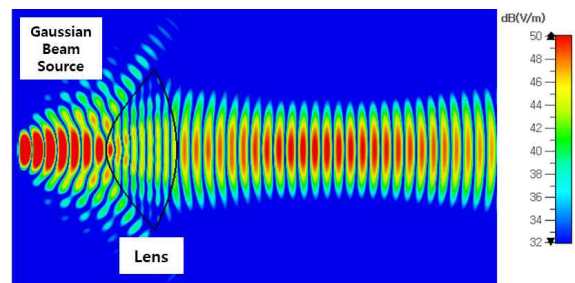


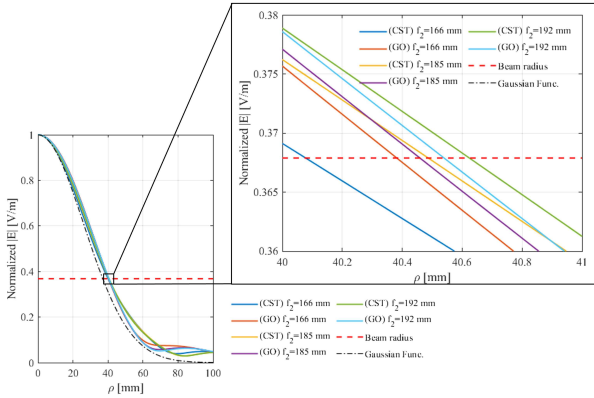
그림 4. 전계 분포 시뮬레이션 결과  
Fig. 4. Simulation result of electric field distribution.

### III. 결 론

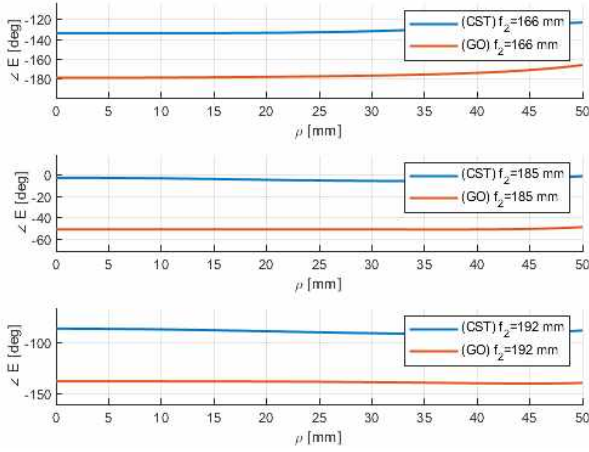
본 연구에서는 빔 집중 자유공간 측정을 위해 설계한 렌즈를 대상으로, 기하 광학 및 공간 스펙트럼 방법을 결합한 이론 분석과 전자기 시뮬레이션을 수행하여 렌즈 투과 후의 전계 분포를 기술하고, 시편 위치까지의 초점거리를 예측하였다. 그 결과, 가우시안 빔 반경을 기준으로 위상 오차가 가장 적은 거리를 초점거리로 추정하였으며, 설계값과 추정값 간 차이는 렌즈 두께에 따른 위상 오차, 주파수 대역에 의한 회절 효과 등이 작용했을 것으로 보인다.

### References

- [1] D. K. Ghodgaonkar, V. V. Varadan, and V. K. Varadan, "Free-space measurement of complex permittivity and complex permeability of magnetic materials at microwave frequencies," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 39, no. 2, pp. 387-394, Apr. 1990.
- [2] L. E. R. Petersson, G. S. Smith, "An estimate of the error caused by the plane-wave approximation in free-space dielectric measurement systems," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 50, no. 6, pp. 878-887, Jun. 2002.
- [3] J. W. Schultz, *Focused Beam Methods*, North Charleston, SC, CreateSpace, 2012.
- [4] J. Tuovinen, T. M. Hirvonen, and A. V. Raisanen, "Near-field analysis of a thick lens and horn combination: Theory and measurements," in *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 40, no. 6, pp. 613-619, Jun. 1992.
- [5] Q. Jinghui, Z. Zhong, L. Kai, L. Gaofei, and X. Fei, "Design and measurement of quasi-optics for millimeter wave imaging system," in *2009 IEEE International Workshop on Imaging Systems and Techniques*, Shenzhen, May 2009, pp. 132-135.
- [6] Paul F. Goldsmith, *Quasioptical Systems*, Hoboken, NJ, Wiley-IEEE Press, 1998.



(a) 크기  
(a) Magnitude



(b) 위상  
(b) Phase

그림 5. 초점거리에 따른 전계 비교  
Fig. 5. Electric field comparison by focal length.

를 초점거리로 추정하였으며, 이는 그림 1의  $f_z$ 에도 같은 거리를 의미한다. 추정된 초점거리는 설계값인 370 mm의 절반 수준으로 감소하였는데, 이는 (i) 과장 대비 두꺼운 두께로 인한 중심부와 가장자리 간 위상 오차, (ii) X-band 대역 특성상 회절 효과, (iii) 두 곡면을 각각 설계 후 결합한 구조적 특성 등이 복합적으로 작용한 결과로 판단된다.