

# 다중 위상 코드의 설계 및 부엽과 도플러 성능 분석

## Design and Analysis of Polyphase Codes in Terms of Sidelobe Reduction and Doppler Tolerance

김은희 · 김수범\* · 한승수\*\* · 신상진\*\*\* · 오상록\*\*\*

Eun Hee Kim · Soo-Bum Kim\* · Seung-Su Han\*\* · Sang-Jin Shin\*\*\* · Sang-Rok Oh\*\*\*

### 요 약

잡음 레이더 파형으로 사용되는 다중 위상 코드를 설계한 결과를 제시하였다. 다중 위상 코드의 자기상관함수의 부엽을 목적함수로 정의하고, 시뮬레이티드 어닐링 기법을 적용하여 이를 최소화하도록 설계하였다. 다양한 코드 길이와 다중 위상 개수에 대하여 적은 시간 내에서도 최적의 코드를 설계할 수 있음을 확인하였고, 코드 길이와 다중 위상 개수와 부엽의 관계를 분석하였다. 특히 코드 길이가 10,000 이상으로 긴 경우에도 위상 코드의 설계가 가능한 것을 보였다. 또한 목적함수에 도플러에 의한 위상 천이 특성을 적용함으로써 움직이는 표적에 의한 도플러 위상 천이가 발생하는 경우에도 부엽의 특성이 크게 변하지 않는 다중 위상 코드를 설계할 수 있음을 보였다.

### Abstract

The design results of the polyphase codes used as noise radar waveforms are presented. The simulated annealing algorithm is applied to minimize the objective function, which is defined as the sidelobe level of the auto-correlation function of each polyphase code. Optimal codes are designed in a short computation time in the case of several code lengths and phase distinct numbers, and their relationship to the sidelobe level is analyzed. In particular, even if the code length is greater than 10,000, optimal codes can be obtained. In addition, by applying the characteristics of the phase shift caused by the Doppler shift of the moving target to the definition of the objective function, we can design the polyphase codes where sidelobes do not increase significantly in spite of the Doppler phase shift.

Key words: Polyphase Code, Noise Radar, Simulated Annealing, Sidelobe Reduction, Doppler Tolerance

### I. 서 론

잡음 레이더(noise radar) 파형은 낮은 송신 출력으로 높은 분해능을 얻을 수 있으며, 상대에게 탐지될 가능성이 매우 낮아서 우수한 전자 보호 기능을 갖는 방법이다<sup>[1]</sup>.

그러나 기술적으로 구현이 쉽지 않으므로 그동안 많은 연구가 이루어지지는 않았으나, 최근 들어 레이더 하드웨어 기술의 발전과 함께 관심이 증가하고 있다. 실제 시스템에서는 실 잡음보다는 어느 정도 정해진 범위의 의사 잡음(pseudo noise) 파형을 주로 사용한다.

세종대학교 국방시스템공학과(Department of Defense System Engineering, Sejong University)

\*(주)래드시스(Radsys Co., Ltd.)

\*\*STX엔진(주)(STX Engine Co., Ltd.)

\*\*\*방위산업기술지원센터(Defense Industry Technology Center)

· Manuscript received December 30, 2020 ; Revised January 29, 2021 ; Accepted February 16, 2021. (ID No. 20201230-112)

· Corresponding Author: Eun Hee Kim (e-mail: eunheekim@sejong.ac.kr)

의사 잡음 파형은 주파수 변조 파형과 위상 변조 파형이 있다. 위상 변조 파형에서는 위상 코드를 사용하는데, 코드의 길이와 다중 위상의 개수가 성능의 주요한 요소가 된다. 레이더 파형 설계에서 가장 중요한 요소 중 하나는 자기 상관도의 부엽을 감소시켜서 반사 파워가 작은 표적이 큰 표적의 부엽에 가려져 탐지되지 않는 경우를 방지하도록 하는 것이다. 펄스 레이더에서 주로 사용되는 선형 주파수 변조(linear frequency modulation, LFM) 파형에서는 윈도우를 사용하여 자기 상관도의 부엽을 감소시키지만, 위상 변조 파형에서는 윈도우를 적용할 수가 없으며, 코드 자체에서 부엽을 감소시킬 수 있도록 설계가 되어야 한다. 그러나 위상 코드의 길이나 다중 위상 개수가 제한될 경우, 수신 신호의 자기 상관도의 부엽을 감소시키는 데에 한계가 있다. 기존의 위상 코드 설계는 코드 길이와 다중 위상 개수에서 제한된 범위 내에서 연구되어 왔기 때문에 그동안 실제 시스템에서는 위상 코드가 크게 활용되지는 못했었다. 코드 길이가 길고, 다중 위상 개수가 많은 코드는 하드웨어 구현에서도 기술적으로 어려울 뿐만 아니라, 요구조건을 만족시키는 코드 자체를 찾는 데에도 계산 시간이 매우 많이 소요된다. 이러한 문제로 현재까지 코드 길이 수십에서 일백 정도의 위상 코드에 대해서만 최적의 코드가 발표되어 있다<sup>[2]</sup>.

최근 들어 레이더 하드웨어 기술의 발전과 함께 잡음 파형에 대한 관심이 증가함에 따라 코드 길이가 길고 다중 위상 개수가 많은 위상 코드의 설계가 점점 더 요구되고 있으며, 요구조건에 적합한 위상 코드를 찾기 위한 시간을 단축시키기 위하여 많은 연구가 진행되고 있다. 그 중 최적화 기법을 적용하여 빠른 시간 내에 위상 코드를 설계하는 기법들이 제시되고 있다. 최적화 기법에는 수학적 전개를 통하여 최적화된 식을 찾아가는 방법과 해의 집합을 정하고, 수치적인 탐색을 통하여 해를 찾아가는 방법이 있다. 위상 코드 설계에서 수학적 최적화 기법으로 제안된 방법으로는 CAN(cyclic algorithm new) 알고리즘<sup>[3]~[6]</sup>이 있다. CAN은 아주 짧은 계산 시간으로 자기 상관도의 부엽을 최소화하는 위상 코드를 찾아주지만, 요구조건을 부엽으로만 정의하여 수학적으로 해를 전개하였기 때문에 요구조건에 도플러 특성이나 다른 조건이 포함되면 적용하기에 어려움이 있다.

수치적인 탐색(numerical search)을 통해 해를 찾는 방법은 메타 휴리스틱 계열의 범용 최적화 알고리즘이며, 이는 요구조건을 사용자의 목적과 필요에 따라 정의하고, 전체 해집합에 대하여 반복적인 탐색을 통해 확률적으로 최적해를 찾아가는 방식이다. 수학적 최적화 기법에 비하여 수렴 시간이 다소 늦기는 하나 다양한 종류의 최적화 문제에 적용이 가능하고 요구조건을 다양하게 정의할 수 있는 장점이 있다. 범용 최적화 알고리즘에는 확률적 접근 개념에 따라 유전 알고리즘(genetic algorithm, GA)과 시뮬레이티드 어닐링(simulated annealing, SA) 등이 있다. GA는 자연 세계에서 생물의 진화 과정을 모방한 대표적인 범용 최적화 기법<sup>[7]</sup>으로서 순회 방문원 문제(traveling salesman problem, TSP)를 포함한 많은 최적화 문제에서 좋은 결과를 보여주고 있으며, 지금도 성능이 개선된 새로운 기법들이 제시되고 있다. 하지만 위상 코드 설계에서는 GA가 적용된 예<sup>[8]</sup>가 있기는 하나, 그렇게 많이 적용되고 있지는 않으며, 그 결과도 코드 길이 100까지의 이중 위상 코드 설계에 적용된 정도이다.

반면, SA는 다소 오래된 최적화 기법<sup>[9],[10]</sup>이기는 하나, 위상 코드 설계에 SA를 적용하여 빠른 시간 내에 요구조건을 만족시키는 결과를 도출하여 그 가능성을 보인 문헌들이 있다<sup>[11],[12]</sup>. 이들에서는 1024 이하의 코드 길이에서 몇 가지 다중 위상 개수에 대하여 위상 코드를 설계한 결과를 제시하였다. 본 논문에서는, 이를 바탕으로 SA 기법을 적용하여, 기존 문헌들보다 다양한 코드 길이와 다중 위상 개수에 대하여 자기 상관도의 부엽을 최소화하는 최적의 위상 코드를 설계한 결과를 제시한다. 특히 코드 길이가 10,000과 20,000과 같이 긴 경우에도 SA를 적용하여 위상 코드를 설계하는 것이 가능함을 보인다.

한편, 위상 변조 파형은 모호성 함수가 압정(thumbtack)과 같은 형태를 가지고 있어 거리 모호성과 도플러 모호성의 각각은 매우 좋으나, 표적의 속도에 의하여 수신 신호에 도플러 천이가 발생하면 거리-속도 부정합이 발생하여 도플러가 없는 경우에 비하여 부엽이 크게 증가한다. 이로 인하여 통상적으로 위상 변조 파형은 제한된 속도 범위 내에서만 사용되고 있다<sup>[13]</sup>. 기존 문헌들에서는 도플러 영향은 없는 경우에서만 위상 코드를 설계한 결과가 제시되어 있거나<sup>[11]</sup>, 또는 설계된 위상 코드에 대하

여 도플러 영향을 분석한 내용이 있기는 하나, 위상 코드 설계 과정에서 도플러 영향을 고려하여 SA를 적용하는 과정이나 결과는 제시되어 있지 않다<sup>[12]</sup>. 본 논문에서는 위상 변조 파형에 사용되는 위상 코드의 도플러 천이의 영향을 분석하고, 목적함수에 도플러 영향까지 포함시킨 후 SA를 적용하였을 때 도플러 천이에도 용인성을 갖는 위상 코드를 설계하는 것이 가능한지를 살펴본다.

## II. SA를 이용한 다중 위상 코드 설계 개념

코드 길이가  $N$ 인 위상 코드의 위상은 식 (1)과 같이 정의한다<sup>[11][12]</sup>.

$$\Phi = [\varphi(1) \ \varphi(2) \ \cdots \ \varphi(n) \ \cdots \ \varphi(N)]$$

$$n = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

위상 코드에서의 개별 위상  $\varphi(n)$ 은 식 (2)와 같이  $0$ 에서  $2\pi$  사이에서 다중 위상 개수  $M$ 으로 구분된 위상 집합의 요소 중 하나이다.

$$\varphi(n) \in \left\{ 0, \frac{2\pi}{M}, 2\frac{2\pi}{M}, \dots, (M-1)\frac{2\pi}{M} \right\} \quad (2)$$

실제 위상 변조 파형에 사용되는 위상 코드  $s(n)$ 은 위상  $\varphi(n)$ 을 사용하여 식 (3)과 같이 생성된다.

$$s(n) = e^{j\varphi(n)}, \quad j = \sqrt{-1} \quad (3)$$

다중 위상 개수  $M$ 이 2이면 이중 위상(biphase) 코드가 고, 위상은  $0$ 과  $\pi$ 가 되어 위상 코드는  $1$ 과  $-1$ 의 값을 갖는다.  $M$ 이 2보다 크면 다중 위상(polyphase) 코드이며, 복소수 형태의 코드를 갖는다.

파형 설계에 대한 요구조건으로 목적함수를 정의하는데, 본 논문에서의 다중 위상 코드 파형 설계에서는 코드의 자기상관함수(auto-correlation)의 부엽의 크기를 목적함수로 정의하고, 이를 최소화하는 코드를 찾는 것을 목표로 한다. 다중 위상 코드의 자기상관함수  $A(\varphi, k)$ 는 식 (4)와 같이 정의한다. 자기상관함수에서  $k=0$ 이면 주엽이 되고, 크기는 식과 같이 코드 길이  $N$ 으로 정규화한 경우  $1$ 이 된다.

$$A(\varphi, k) = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N-k} e^{j[\varphi(n) - \varphi(n+k)]}, & 0 \leq k < N \\ \frac{1}{N} \sum_{n=-k+1}^N e^{j[\varphi(n) - \varphi(n+k)]}, & -N < k < 0 \end{cases} \quad (4)$$

자기상관함수의 부엽을 최소화하는 방법에는 첨두 부엽의 크기(peak sidelobe level, PSL)를 최소화하는 경우와 부엽 전력의 총합(integrated sidelobe level, ISL)을 최소화하는 경우로 나뉜다. 이에 따라 목적함수는 식 (5), 식 (6)과 같이 2가지로 정의한다<sup>[11][12]</sup>.  $E_{\text{Peak}}$ 는 PSL 관점의 목적함수이고,  $E_{\text{Energy}}$ 는 ISL 관점의 목적함수이다. 코드 길이  $N$ 인 코드의 자기상관함수는 길이가  $2N-1$ 이므로 부엽의 개수는  $2N-2$ 개이다. 자기상관함수는 주엽( $k=0$ )을 중심으로 좌우 대칭으로 나타나므로 Energy의 정의에서는 식 (6)과 같이 부엽을  $N-1$ 개만 더하는 것으로 정의할 수 있다.

$$E_{\text{Peak}} = \max_{k \neq 0} |A(\varphi, k)| \quad (5)$$

$$E_{\text{Energy}} = \sum_{k=1}^{N-1} |A(\varphi, k)|^2 \quad (6)$$

시스템 관점에서 첨두 부엽의 크기가 더 중요한 사항인지, 전체 부엽의 에너지가 더 중요한 사항인지에 따라  $E_{\text{Peak}}$ 와  $E_{\text{Energy}}$  중에서 목적함수를 선택하게 된다. 이러한 목적함수를 최소화하는 위상  $\varphi(n)$ 의 집합을 찾는 것이 다중 위상 코드를 이용한 파형 설계이다.

요구조건을 만족시키는 위상 코드를 찾는 가장 단순한 방법은 모든 가능한 위상 조합에 대하여 목적함수를 계산하여 비교하는 것이다. 하지만 코드 길이나 다중 위상 개수가 증가하면 이를 찾는 데에 계산 시간이 매우 많이 소요된다. 예를 들어 코드 길이가  $100$ 인 이중 위상 코드는 대략  $10^{30}$ 개 단위의 코드가 존재하여 성능이 우수한 컴퓨터로 계산을 하여도 이를 모두 비교하는 데에 수십 일 이상의 시간이 필요하게 된다. 따라서 코드 길이와 다중 위상 개수가 늘어나면 사실 상 모든 코드의 목적함수를 계산하여 비교하는 것은 불가능하다. 또한 많은 경우에 있어서 다중 위상 코드의 목적함수를 최소화하는 해를 수학적으로나 분석적으로 찾는 것이 쉽지가 않다.

SA(simulated annealing)는 최적화 문제에서 지역 최적해(local optima)의 문제를 개선하고, 전역 최적해(global optimum)를 찾기 위하여 제안된 메타 휴리스틱(확률적, 경험적) 접근 방식의 최적화 기법이다. SA라는 명칭은 담금질의 풀림(annealing) 과정에서 온 것으로 금속 재료를 가열한 다음 조금씩 냉각해 결정을 성장시켜 그 결함을 줄이는 과정을 컴퓨터 알고리즘으로 모사하여 조합 최적화 문제에서 전역 최적해를 얻고자 하는 방법이다. 문제의 규모가 매우 크면서 그에 대하여 수학적으로나 분석적으로 답을 찾기가 어려울 때, 빠른 시간 내에 결과를 얻을 수 있는 알고리즘이다. 이상적인 전역 최적해를 찾는 것은 매우 어려울 수 있지만, 비교적 짧은 시간 내에 전역 최적해에 근접하는 결과를 도출할 수가 있다. 잡음 레이다 파형의 위상 코드 설계는 시스템에 맞게 목적함수를 다양하게 정의해야 하므로 수학적인 해를 찾기가 쉽지 않으며, 코드 길이가 길어지고 다중 위상 개수가 많아질수록 해의 수가 기하급수적으로 증가하여 모든 해를 찾아서 비교하는 것도 불가능해진다. 또한 해의 수가 많을수록 지역 최적해에 빠질 가능성도 커지기 때문에 이와 같은 문제에 SA를 적용하면 적은 시간 내에 좋은 결과를 얻을 수 있다. SA의 이론적인 내용과 이를 이용하여 위상 코드를 설계하는 자세한 과정에 대한 설명은 본 논문에서는 생략하고 관련 문헌을 참고한다<sup>[9]~[12]</sup>.

### III. 다중 위상 코드 설계 결과

SA를 사용하여 다양한 코드 길이  $N$ 와 다중 위상 개수  $M$ 에 대하여 위상 코드를 설계하였다. 설계 결과는 PSLR과 ISLR을 기준으로 비교하였다. PSLR(peak sidelobe ratio)은 식 (7)과 같이 목적함수  $E_{\text{Peak}}$ 를 dB로 변환한 값이다<sup>[13]</sup>. 자기상관함수의 정의에서 주엽의 크기가 1이므로 이를 dB로 변환하면 0 dB가 되고, PSLR은 첨두 부엽이 주엽 대비 전력이 얼마나 낮은가를 보인다.

$$PSLR(\text{dB}) = 10 \log_{10} \left( \left( \max_{k \neq 0} |A(\varphi, k)| \right)^2 \right) \quad (7)$$

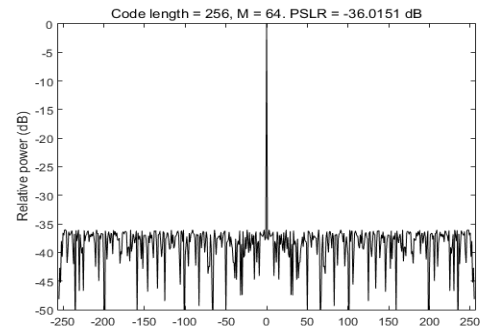
ISLR(integrated sidelobe ratio)은 식 (8)과 같이  $E_{\text{Energy}}$ 를 부엽 개수  $N-1$ 로 나눈 뒤 dB로 변환한 값이다. 보통 ISLR은 부엽의 합으로만 정의하는데 이 경우 코드의 길

이가 길어지면 전체적인 부엽의 준위가 낮아져도 이를 모든 부엽에 대하여 더하면 값이 커져서 코드 길이에 따른 부엽의 변화를 보기가 어려워진다. 그래서 본 논문에서는 부엽의 개수인  $N-1$ 로 나눈 정의를 사용한다.

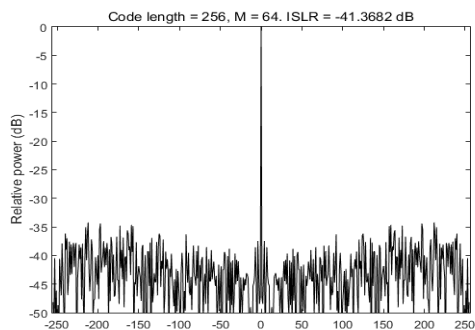
$$ISLR(\text{dB}) = 10 \log_{10} \left( \frac{\sum_{k=1}^{N-1} |A(\varphi, k)|^2}{N-1} \right) \quad (8)$$

그림 1은 코드 길이 256, 다중 위상 개수 64에 대하여 설계한 위상 코드의 자기상관함수를 dB로 나타낸 예이다. 그림 1(a)는 PSLR을 최소화하는 코드의 자기상관함수이고, 그림 1(b)는 ISLR을 최소화하는 코드의 경우이다.

그림 1에서 PSLR은 -36.0151 dB이고, ISLR은 -41.3682 dB이다. 동일한 코드 길이와 다중 위상 개수 조건에 대하



(a) PSLR을 최소화하는 경우  
(a) In case of minimum PSLR



(b) ISLR을 최소화하는 경우  
(b) In case of minimum ISLR

그림 1. 다중 위상 코드의 자기상관함수 (코드 길이 256, 다중 위상 개수 64)

Fig. 1. Auto-correlation of polyphase code with code length 256 and distinct phase number 64.

여 기존 문헌<sup>[1]</sup>보다 최적화를 더 진행하였기 때문에 PSLR이 더 낮아진 것을 알 수 있다. 또한 목적함수가 다른 경우 위상 코드는 다르게 생성되므로 두 경우의 자기상관함수는 다른 형태를 갖게 된다.

이와 같이 하여 코드 길이  $N$ 은 32, 64, 128, 256, 512, 1,024와 다중 위상 개수  $M$ 은 2, 4, 8, 16, 32, 64에 대하여 두 가지 목적함수에 대한 다중 위상 코드를 설계한 결과를 보인다. 그림 2는 코드 길이와 다중 위상 개수와 PSLR과의 관계이고, 그림 3은 ISLR과의 관계이다. 다중 위상 코드에서 코드 길이가 길어질수록, 다중 위상 개수가 증가할수록 자기상관함수의 부엽의 크기가 감소하는 것을 볼 수 있다. 코드 길이 32, 64에 대한 이중 위상 코드 ( $M=2$ )의 최소 PSLR은 기존 문헌<sup>[2]</sup>의 결과와 일치한다.

같은 코드 길이에 대하여 다중 위상 개수  $M$ 이 2와 64인 경우에는 변화의 형태가 다소 불규칙적이지만,  $M$ 이 4

에서 32까지는  $M$ 이 2배씩 증가하게 되면 대체로 PSLR이 2.16 dB, ISLR은 2.14 dB 정도로 감소하는 경향을 보인다. 즉, PSLR은  $O(M^{-1/1.39})$ , ISLR은  $O(M^{-1/1.41})$ 으로 감소한다. 같은 다중 위상 개수에 대해서는  $M$ 이 2인 경우를 제외하고는 코드 길이  $N$ 이 2배씩 증가하게 되면 대체로 PSLR이 2.19 dB, ISLR은 2.88 dB 정도로 감소하여, PSLR은  $O(N^{-1/1.37})$ , ISLR은  $O(N^{-1/1.04})$ 으로 감소한다.

SA를 사용하면 훨씬 긴 코드 길이에 대해서도 파형 설계가 가능한 것을 보이기 위하여 코드 길이 10,000과 20,000에 대하여 설계한 결과를 그림 4와 그림 5에 보인다. 이 그림들은 그림 2와 그림 3의 경향에 따른 값과 유사한 결과를 보여서 코드 길이가 긴 경우에도 코드 길이와 다중 위상 개수가 증가하면 부엽의 크기가 감소하는 것을 알 수 있다. 다만 코드 길이가 10,000에서 20,000으로 2배가 되면 PSLR은 1.66 dB, ISLR은 2.48 dB 정도로

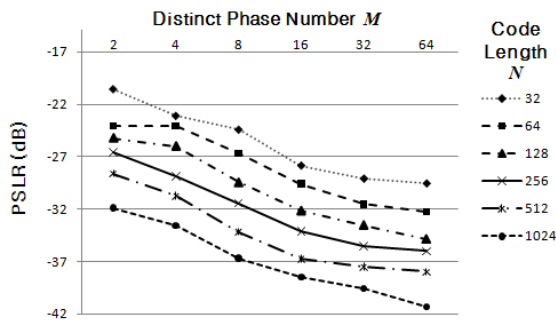


그림 2. 코드 길이, 다중 위상 개수와 PSRLR의 관계  
Fig. 2. Relation of PSRLR with code length and distinct phase number.

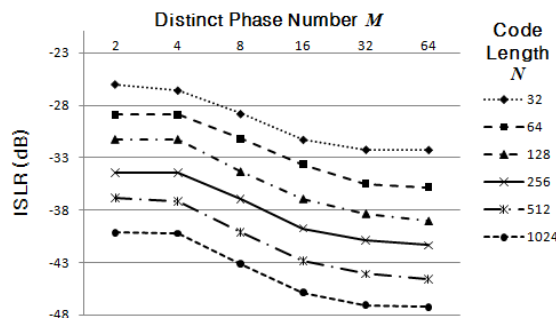


그림 3. 코드 길이, 다중 위상 개수와 ISLR의 관계  
Fig. 3. Relation of ISLR with code length and distinct phase number.

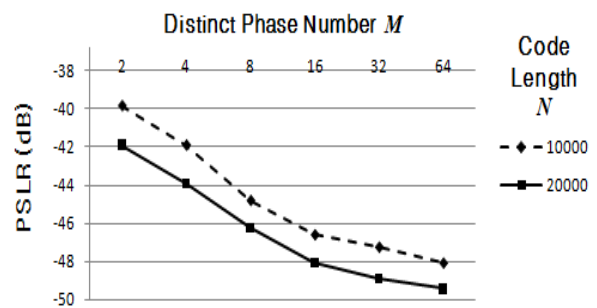


그림 4. 코드 길이 10,000, 20,000 위상 코드에서의 PSRLR  
Fig. 4. PSRLR of polyphase code with code length 10,000 and 20,000.

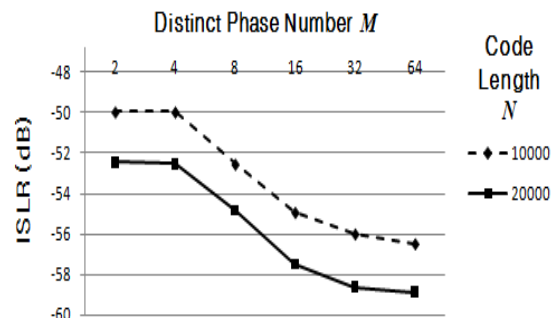


그림 5. 코드 길이 10,000, 20,000 위상 코드에서의 ISLR  
Fig. 5. ISLR of polyphase code with code length 10,000 and 20,000.

감소하므로, 코드 길이가 길수록 최적화 시간이 많이 필요하게 되어 전체적으로 다소 최적화가 덜 된 결과를 볼 수 있다.

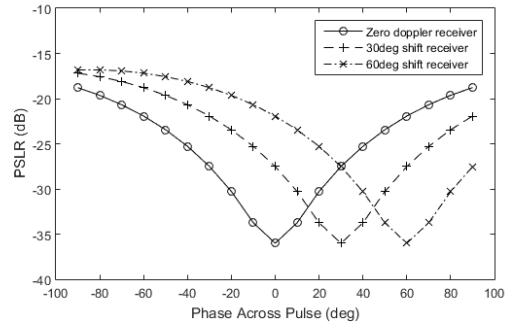
그림 2~그림 5에서의 각 경우는 일반적인 개인용 컴퓨터로 수 시간에서 수일 정도 계산한 결과이다. 코드 길이와 다중 위상 개수가 커질수록 최적화에 필요한 시간은 늘어나게 된다. 이 결과들이 전역 최적해는 아닐 수 있으며, 계산을 반복하면 더 좋은 결과가 도출될 수 있다. 하지만 이 결과를 통하여 SA를 사용하였을 때 비교적 적은 시간으로도 다양한 코드 길이와 다중 위상 개수에 대하여 만족할 만한 성능의 다중 위상 코드를 설계할 수 있음을 확인할 수 있다. SA와 같은 최적화 기법을 적용하지 않는다면 이와 같은 결과를 얻기 위해서는 훨씬 긴 계산 시간이 소요될 것이다.

#### IV. 도플러 용인성을 갖는 다중 위상 코드 설계

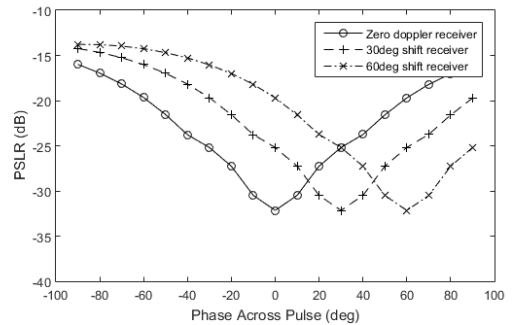
LFM 파형은 모호성 함수의 특성으로 도플러 영향에서도 수신 상관기의 부정합이 크게 발생하지 않지만, 다중 위상 코드를 사용하는 위상 변조 파형은 압정과 같은 형태의 모호성 함수를 가지기 때문에 표적의 속도에 의해 나타나는 도플러에 의하여 코드 전체에 걸쳐 발생하는 위상 천이는 상관기와 신호가 정합되지 못하게 하므로, 속도가 빨라질수록 부엽의 크기가 급격히 증가한다. 이를 해결하기 위하여 측정하고자 하는 거리와 도플러 셀의 수만큼 상관기를 구현하여 사용하는 경우가 있는데, 이 경우에는 수신기가 복잡해지고 계산량이 많아진다<sup>[1]</sup>.

기존 문헌들에서는 위상 코드에서의 도플러 위상 천이에 대한 제한을 두고 있다. 제한 범위는 문헌에 따라 차이가 있는데, 전체 코드 시간 동안의 최대 위상 천이에 대한 제한을 최소 1/4 파장, 즉 90도 이내로 두고 있으며, 문헌에 따라서는 더욱 엄격하게 최적의 위상 천이를 1/12 파장 즉, 30도 이내로 제한하는 경우도 있다<sup>[13]</sup>. 수신 신호의 도플러 위상 천이가 이 조건을 벗어나게 되면 위상 천이에 따른 복수개의 상관기를 사용하여 처리해야 한다.

앞에서 설계한 위상 코드들은 도플러 위상 천이가 없는 조건에 대하여 PSRL과 ISLR을 최소화하는 코드이다. 설계된 코드에 대하여 도플러 위상 천이에 대한 PSRL의



(a) 코드 길이 256, 다중 위상 개수 64  
(a) Code length 256, distinct phase number 64



(b) 코드 길이 128, 다중 위상 개수 16  
(b) Code length 128, distinct phase number 16

그림 6. 도플러 위상 천이에 따른 PSRL의 변화  
Fig. 6. PSRL change induced by Doppler phase shift.

변화를 살펴본다. 그림 6(a)는 코드 길이 256, 다중 위상 개수 64, 그림 6(b)는 코드 길이 128, 다중 위상 개수 16인 코드에 대하여 코드 길이 전체에 대한 위상 천이를 0도에서부터 10도씩 변경해가며 PSRL을 나타낸 것이다. 그림에서 (o)로 표시된 것은 앞에서 설계된 코드에 대한 것으로 도플러가 없을 경우에는 앞과 동일한 PSRL을 보이지만, 도플러가 발생할 경우에는 위상 천이에 따라 PSRL이 급격히 증가한다. 이를 해결하기 위하여 코드 길이 전체에 30도와 60도의 위상 천이를 갖도록 상관기를 구성한 것이 각각 (+)와 (x)이다. 30도 위상 천이된 상관기는 0도 상관기를 30도 이동한 것과 같은 모양으로, 도플러 위상 천이가 30도일 경우 최적의 PSRL을 보이지만, 위상 천이가 30도에서 멀어질 경우, 유사한 형태로 PSRL이 증가한다. 이러한 경향은 60도 상관기의 경우에도 마찬가지이다. 따라서 수신 상관기를 0, 30, 60도의 위상 천이를 갖도

록 복수개로 구성을 하게 되면 그림에서 가장 낮은 PSLR의 윤곽선이 전체 수신기의 PSLR이 된다. 더 낮은 PSLR이 요구될 경우에는 수신 상관기의 개수를 늘이면 된다.

이와 같이 도플러 위상 천이에 따라 복수개의 수신 상관기를 구성하게 되면 전체 PSLR은 좋아지게 되지만, 수신기의 구성이 복잡해지고 계산량이 많아지게 된다. 하나의 위상 코드가 자기상관함수의 부엽 준위도 낮으면서 도플러 위상 천이에 대해서도 부엽이 크게 증가하지 않도록 코드를 설계하는 것이 바람직하나, 이는 이론적으로나 기존의 위상 코드 설계 방법으로는 쉽지가 않다. 기존에 연구된 P3, P4 코드 등이 도플러 용인성을 갖도록 설계된 코드나, 코드의 길이 등에서 제한이 있다<sup>[2]</sup>.

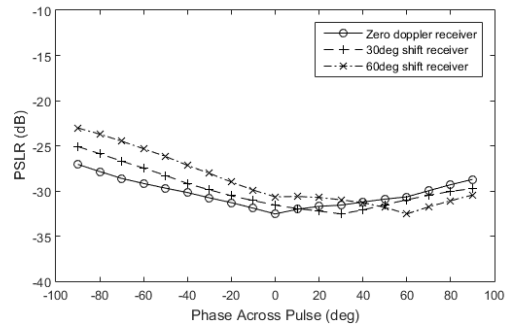
본 논문에서는 SA를 사용하여 단일 수신 상관기에서도 도플러 용인성이 좋은 위상 코드를 설계하는 것이 가능함을 살펴본다. 이를 위하여 목적함수의 식 (5)를 다음 식 (9)와 같이 수정하여 정의한다.

$$\begin{aligned}
 E_{Peak,dop} &= \max_{k \neq 0} |A_{0,0}(\varphi, k)| \\
 &+ \max_{k \neq 0} |A_{0,PAP_1}(\varphi, k)| \\
 &+ \max_{k \neq 0} |A_{0,PAP_2}(\varphi, k)| + \dots \\
 PAP_i &= PhaseAcrossPulse_i(deg)
 \end{aligned} \quad (9)$$

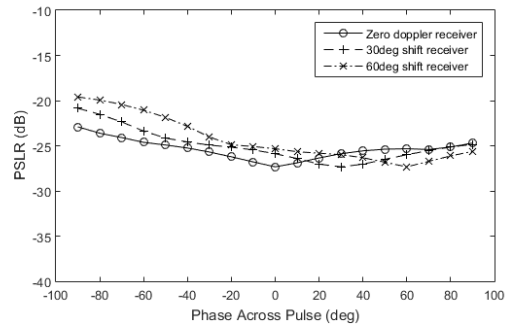
$$\begin{aligned}
 A_{0,PAP_i}(\varphi, k) &= \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N-k} e^{j[\varphi(n) - (\varphi(n+k) + ph_i(n+k))]}, & 0 \leq k < N \\ \frac{1}{N} \sum_{n=-k+1}^N e^{j[\varphi(n) - (\varphi(n+k) + ph_i(n+k))]}, & -N < k < 0 \end{cases} \\
 ph_i(n) &= (n-1)/N \cdot \pi \cdot PAP_i(deg)/180, \\
 n &= 1, 2, \dots, N
 \end{aligned} \quad (10)$$

식 (9)에서  $A_{0,0}(\varphi, k)$ 은 찾고자 하는 위상 코드 자신의 자기상관함수이고,  $A_{0,PAP_i}(\varphi, k)$ 는 코드 자신과 전체 코드 길이에 대한 위상 천이(phase across pulse)를  $PAP_i$ 만큼 시킨 코드와의 상관도이다.  $A_{0,PAP_i}(\varphi, k)$ 는 식 (4)를 변형하여 식 (10)과 같이 정의한다.

SA를 사용하여 위 목적함수를 최소화하는 위상  $\varphi(n)$ 의 조합을 찾는다.  $PAP_i$ 는 여러 개의 위상 천이값을 선택할 수 있다. 본 논문에서는 30도 간격으로 30도, 60도, 90도의 3가지  $PAP_i$ 를 사용하였다.



(a) 코드 길이 256, 다중 위상 개수 64  
(a) Code length 256, distinct phase number 64



(b) 코드 길이 128, 다중 위상 개수 16  
(b) Code length 128, distinct phase number 16

그림 7. 수정된 코드의 위상 천이에 따른 PSLR의 변화  
Fig. 7. PSLR change induced by Doppler phase shift to the modified phase code.

이와 같이 설계된 다중 위상 코드에 대하여 그림 7과 같이 도플러 위상 천이에 대한 PSLR의 특성을 살펴본다. 코드 길이와 다중 위상 개수 조건은 그림 6과 동일하다. 마찬가지로 그림에서 (o)은 설계된 코드 자신의 자기상관함수의 PSLR이다. 그림 7(a)에서 자기상관함수의 도플러가 없는 경우(0도)에 그림 6(a)에 비하여 PSLR이 3.47 dB 증가한다. 하지만 도플러에 의한 위상 천이가 발생하더라도 이에 따른 PSLR의 증가는 크지 않다. 그림 6(a)에서는 도플러가 없는 경우에 비하여 90도의 위상 천이가 발생하였을 때 PSLR이 17.24 dB 증가하지만, 그림 7(a)에서는 3.83 dB 증가에 그친다. 그림 7(b)도 유사한 경향을 보인다. 도플러가 없는 경우에는 그림 6이 그림 7보다 PSLR이 작지만, 도플러 위상 천이에 따른 전체적인 PSLR은 그림 7이 그림 6에 비하여 작은 것을 볼 수 있다.

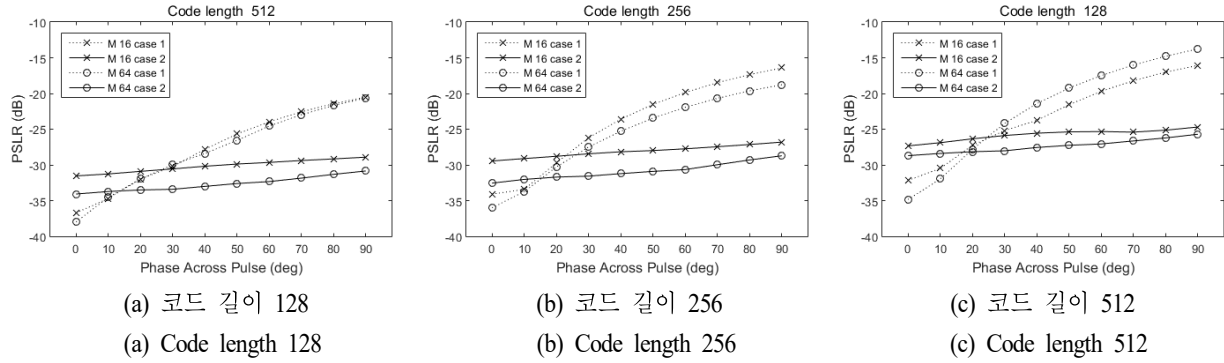


그림 8. 도플러 영향을 반영하지 않은 경우(Case 1)와 반영한 경우(Case 2)에 설계된 다중 위상 코드에서, 코드 길이(N) 128, 256, 512와 다중 위상 개수(M) 16, 64에 대한 도플러 위상 천이 0도에서 90도까지의 PSRLR(dB)

Fig. 8. PSRLR(dB) of polyphase codes designed not to reflect (Case 1) and to reflect (Case 2) doppler effect, at phase shift of from 0 degree to 90 degree, with code length(N) of 128, 256, 512, and distinct phase number(M) of 16, 64.

그림 7에서 (+)와 (x)는 그림 6과 마찬가지로 설계된 코드에 각각 30도, 60도 위상 천이를 가하여 복수개의 상관기를 구성한 경우이다. 그림 6에서는 복수개의 상관기를 사용할 경우 PSRLR의 감소가 명확하지만, 그림 7에서는 복수개의 상관기를 사용하여도 PSRLR의 감소가 크지 않다. 즉, 설계된 코드 자체의 위상 천이에 대한 변화가 크지 않아서 1개의 수신 상관기를 사용하여도 PSRLR 측면에서 거의 동일한 성능을 얻을 수 있다. 코드 하나가 모든 경우를 만족시키도록 설계할 수는 없기 때문에, 목적함수를 자기상관함수의 부엽에 대하여 최적화할 경우에는 자기상관함수의 PSRLR은 크게 감소시킬 수 있지만 도플러 용인성은 좋지 않게 된다. 반면, 목적함수에 도플러 위상 천이까지 반영시키게 되면, 도플러가 없는 경우의 자기상관함수의 특성은 다소 좋지 않지만 도플러 위상 천이가 발생하는 경우에는 괜찮은 성능의 결과를 얻게 된다.

그림 8에 코드 길이 128(a), 256(b), 512(c)와 다중 위상 개수 16(x), 64(o)에 대하여 도플러 영향을 반영하지 않은 경우(case 1, 점선)와 반영한 경우(case 2, 실선)에 대하여 설계된 위상 코드에서, 도플러 위상 천이 0도에서 90도까지에 대한 PSRLR의 변화를 도시하였다. 도플러 위상 천이가 대략 25도만 넘어서도 3가지 경우 모두 도플러 영향을 반영한 코드의 PSRLR이 더 작아진다. 도플러 영향이 반영된 코드는 도플러 위상 천이가 0도에서 90도가 되더라도 PSRLR의 증가가 3~4 dB 정도여서 도플러 용인성이 좋은 것을 알 수 있다. 또한 도플러 영향이 반영되는 경우에도

코드 길이와 다중 위상 개수가 증가하면 PSRLR이 감소하게 된다. 위 결과는 PSRLR에 대한 경우만 살펴보았지만 ISLR에 대해서도 같은 방법으로 설계를 하면 유사한 결과를 얻을 수 있다.

따라서 도플러에 의한 수신 신호의 위상 천이가 크게 발생할 수 있는 환경에서 레이더 파형으로 다중 위상 코드를 사용하는 경우에 다음과 같은 개념으로 설계가 가능하다. 수신기의 복잡도와 상관없이 부엽의 감소가 더 중요한 경우에는 자기상관함수를 최적화한 코드를 설계한 후 수신 상관기를 도플러 위상 천이에 따라 복수개를 사용하는 것이 좋을 것이다. 반대로 부엽의 특성은 다소 좋지 않더라도 수신 상관기를 1개만 사용하여 시스템을 간단하게 구성해야 하는 경우에는 본 논문에서 제시한 방법을 적용하여 위상 코드를 설계하여 사용할 수 있다.

## V. 결 론

본 논문에서는 범용 최적화 기법인 SA 알고리즘을 적용하여 잡음 레이더 파형으로 사용되는 다중 위상 코드를 설계하였고 성능을 분석하였다. 다양한 코드 길이와 다중 위상 개수에 대하여 자기상관함수의 부엽의 크기를 목적함수로 정의하고, 이를 최소화하는 위상 코드를 설계하였다. 위상 코드의 설계에는 시간이 많이 소요되지만, SA를 적용함으로써 여러 경우에 대하여 비교적 적은 시간으로도 부엽을 최소화시키는 위상 코드를 설계할 수

있었다. 특히 코드 길이가 10,000과 20,000과 같이 긴 경우에 대해서도 SA를 적용하면 코드 설계가 가능하였다. 또한 목적함수에 도플러 위상 천이 영향을 포함시켜서 SA를 적용하여 위상 코드를 설계할 수 있다는 것을 보였다. 도플러 영향이 반영된 위상 코드는 단일 코드의 자기 상관함수 측면에서는 부엽이 다소 증가하지만, 전체 도플러 위상 천이에 대해서도 부엽의 증가가 거의 없기 때문에 복수개의 수신 상관기를 구성하기에 어려운 시스템에서는 설계된 위상 코드를 적용하여 단일 수신 상관기로 구성이 가능하다. 시스템 운용 환경에 따라 필요한 코드 길이, 다중 위상 개수, 도플러 특성 등이 정해지면, 본 논문에서 검토된 방법을 적용하여 필요한 다중 위상 코드를 도출하여 실제 시스템에 활용할 수 있을 것이다.

## References

- [1] P. E. Pace, *Detecting and Classifying Low Probability of Intercept Radar*, 2nd ed. Boston, MA, Artech House, 2009.
- [2] M. A. Richards, J. A. Scheer, and W. A. Holm, *Principles of Modern Radar: Basic Principles*, New York, NY, SciTech, 2010.
- [3] H. He, P. Stoica, and J. Li, "Designing unimodular sequence sets with good correlations: Including an application to MIMO radar," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 57, no. 11, pp. 4391-4405, Nov. 2009.
- [4] P. Stoica, H. He, and J. Li, "New algorithms for designing unimodular sequences with good correlation properties," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 57, no. 4, pp. 1415-1425, Apr. 2009.
- [5] F. Gini, A. De Maio, and L. Patton, *Waveform Design and Diversity for Advanced Radar Systems*, London, Institution of Engineering and Technology, 2012.
- [6] E. H. Kim, S. S. Han, S. J. Shin, and S. R. Oh, "Phase quantization effects of phase modulation codes for ease of implementation," *The Journal of Korean Institute of Electromagnetic Engineering and Science*, vol. 31, no. 4, pp. 377-382, Apr. 2020.
- [7] J. H. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*, Cambridge, MA, MIT Press, 1992.
- [8] W. T. Ali, "Reduction of side-lobe levels for the optimum binary codes using the mismatched optimum integrated side-lobe level filter," *International Journal of Mechatronics, Electrical and Computer Technology*, vol. 6, no. 21, pp. 3048-3060, Jul. 2016.
- [9] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt Jr., and M. P. Vecchi, "Optimization by simulated annealing," *Science*, vol. 220, no. 4598, pp. 671-680, May. 1983.
- [10] V. Černý, "Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: An efficient simulation algorithm," *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 45, no. 1, pp. 41-51, Jan. 1985.
- [11] E. H. Kim, S. B. Kim, S. S. Han, S. J. Shin, and S. R. Oh, "Design of polyphase codes using simulated annealing," *The Journal of Korean Institute of Electromagnetic Engineering and Science*, vol. 31, no. 4, pp. 383-393, Apr. 2020.
- [12] H. Deng, "Polyphase code design for orthogonal netted radar systems," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 52, no. 11, pp. 3126-3135, Nov. 2004.
- [13] R. M. Davis, R. L. Fante, and R. P. Perry, "Phase-coded waveforms for radar," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 43, no. 1, pp. 401-408, Jan. 2007.

김 은 희 [세종대학교/부교수]

<https://orcid.org/0000-0001-5118-5509>



1999년 2월: 한국과학기술원 정밀공학과 (공학석사)  
2004년 8월: 한국과학기술원 기계공학과 (공학박사)  
2007년 10월: LIG넥스원 ISR연구센터 수석연구원  
2013년 9월~현재: 세종대학교 국방시스템공학과 부교수

[주 관심분야] 레이더 신호처리, 레이더 시스템

신 상 진 [방위산업기술지원센터/책임연구원]

<https://orcid.org/0000-0002-0231-2994>



1996년 2월: 한양대학교 제어계측공학과 (공학사)  
1998년 2월: 한양대학교 제어계측공학과 (공학석사)  
2003년 2월: 한양대학교 제어계측공학과 (공학박사)  
2004년 12월: 기원전자기술연구소 선임연구원

2014년 4월: 국방과학연구소 선임연구원  
2014년 5월~현재: 방위산업기술지원센터(국방과학연구소 부설) 책임연구원  
[주 관심분야] 표적 추적필터, 레이더 신호처리 알고리즘, 레이더 파형 및 시스템 설계

김 수 범 [(주)래드시스/대표]

<https://orcid.org/0000-0002-4903-1735>



1997년 8월: 포항공과대학교 전자전기공학과 (공학사)  
2002년 8월: 포항공과대학교 전자전기공학과 (공학박사)  
2005년 9월: 한국전자통신연구원 이동통신연구단 선임연구원  
2009년 10월: LIG넥스원 ISR연구센터 책임연구원

2014년 12월: (주)디지트론 수석연구원  
2015년 2월~현재: (주)래드시스 대표이사  
[주 관심분야] 레이더/SAR 시스템 설계 및 신호처리

오 상 록 [방위산업기술지원센터/기술원]

<https://orcid.org/0000-0002-7796-0670>



2013년 2월: 중앙대학교 전자전기공학과 (공학사)  
2015년 2월: 서울대학교 전기정보공학부 (공학석사)  
2019년 7월: 현대모비스 샤시의장연구소  
2019년 8월~현재: 방위산업기술지원센터 (국방과학연구소 부설) 기술원

[주 관심분야] 제어이론, 강인제어, 유도기법 등

한 승 수 [STX엔진/책임연구원]

<https://orcid.org/0000-0003-3774-0072>



2006년 2월: 성균관대학교 정보통신공학부 (공학사)  
2008년 2월: 성균관대학교 전자전기컴퓨터공학과 (공학석사)  
2008년 7월~현재: STX엔진 전파통신연구소 책임연구원

[주 관심분야] 레이더 시스템, 디지털 하드웨어, 레이더 신호처리