

시스템 구현 용이성을 위한 위상변조코드의 위상 양자화 효과 분석

Phase Quantization Effects of Phase Modulation Codes for Ease of Implementation

김은희 · 한승수* · 신상진** · 오상록**

Eun Hee Kim · Seung Su Han* · Sang-jin Shin** · Sang Rok Oh**

요 약

레이다의 파형으로 사용되는 변조 방식 중 위상 변조 코드는 부엽 레벨이 비교적 낮아 탐지 정확도가 높고, 탐지되기 어려워 전자전, 특히 기만 재밍에 매우 강한 장점을 가지고 있다. 또한 최적화 설계를 통해 동일 대역에서 상호 간섭 없이 사용되기에 적절한 파형이다. 그러나 광대역으로 구현하기에는 실제적인 제약이 많은 편이다. 본 논문은 위상변조 코드를 최적화하는 CAN(cyclic algorithm new) 알고리즘을 기반으로, 사용할 수 있는 위상 단위 값이 제한(양자화)되었을 때의 설계 방법을 제안하며, 제약 단위에 따른 성능 손실을 분석하였다. 이러한 분석은 시스템의 리소스를 고려한 구현의 용이성을 높여줄 것으로 기대된다.

Abstract

Phase modulation code, one of the radar waveforms, has low sidelobe levels, thereby providing high accuracy. It demonstrates excellent capabilities in electronic warfare, especially deception jamming, because it is difficult to detect. In addition, the optimized phase code set is suitable for operation in the same frequency band without mutual interference. However, the implementation of wideband phase code presents many practical limitations. A design method based on cyclic algorithm new (CAN) is proposed herein to optimize the phase modulation code, and the performance thereof is analyzed.

Key words: CAN(Cyclic Algorithm New), Phase Modulation, Radar Waveform, Quantization

I. 서 론

레이다에서 사용하는 파형의 변조 방식은 크게 주파수 변조 방식과 위상 변조 방식이 있다^[1]. 주파수 변조 방식은 모호성 함수에서도 나타나는 바와 같이 표적의 속도에 의한 도플러 천이가 있거나, 거리 정합 위치에서 벗어나더라도 일정 이상의 파워 레벨을 유지하여 탐지가 용이

하다. 따라서 이 변조방식은 탐색 레이다의 파형으로 가장 많이 사용되고 있으며, 주로 주파수를 선형적으로 증가시키는 방식으로 구현도 용이한 편이다. 반면, 위상 변조 파형은 주파수 변조 파형에 비해 속도나 거리가 정합 위치에서 벗어나는 경우 파워가 급격히 낮아져서, 탐지에 취약해진다. 따라서 위상 변조 파형은 주로 거리나 속도가 어느 정도 예측되는 추적 상황에 더 많이 사용되는 편이다.

세종대학교 국방시스템공학과(Department of Defense Systems Engineering, Sejong University)

*STX엔진(주)(STX Engine Co., Ltd.)

**방위산업기술지원센터(Defense Industry Technology Center)

· Manuscript received February 13, 2020 ; Revised April 01, 2020 ; Accepted April 13, 2020. (ID No. 20200213-012)

· Corresponding Author: Eun Hee Kim (e-mail: eunheekim@sejong.ac.kr)

그러나 위상 변조 파형은 자기상관도(auto correlation)의 부엽 레벨이 비교적 낮음으로 인해 탐지 정확도가 높고, 탐지가 어려워 전자전, 특히 기만 재밍에 매우 강한 장점을 가지고 있다^[2]. 뿐만 아니라, 변조 파형간의 상호상관도(cross correlation)를 낮추는 설계가 가능하여, 동일 대역에서 사용되는 다수의 레이더 또는 다중 입출력(multi input multi output: MIMO) 레이더에 사용되어 스펙트럼의 효율을 높이는 데에 적절한 변조 방식이다^[3].

상호 상관도를 낮추는 다중 송신 파형을 설계하는 방법은 적절한 목적함수를 정의하고, 수학적인 전개를 통해 최적화된 식을 찾아가는 방법과 해의 집합을 정하고 수치적 탐색(numerical search)을 통해 해를 찾아가는 방법이 있으며, 수치적인 탐색방법으로 유전 알고리즘(genetic algorithm)^[4], 강화 학습법(simulated annealing) 등이 알려져 있다^[3].

본 논문은 목적 함수를 자기 상관도의 부엽과 상호상관도 전체 에너지 합으로 정의하고, 이를 최소화하는 위상 변조 코드를 반복적인 방법을 통해 찾는 CAN(cyclic algorithm new) 알고리즘^{[5]~[7]}을 기반으로 위상변조 파형의 구현을 용이하게 하기 위해 사용하는 위상 값을 제한하는 방식을 제안하였으며, 제한에 따른 성능 손실을 분석하였다.

논문은 다음과 같이 구성되었다. 2장에서는 CAN 알고리즘을 요약하고, 최적화된 코드의 성능을 보였다. 3장에서는 위상 값의 제한하는 방식을 추가하여 알고리즘을 수정 제안하고, 위상 값 제한에 따른 성능변수의 변화를 제시하였다. 마지막으로 결론을 4장에 정리하였다.

II. CAN 코드의 설계

CAN(cyclic algorithm new) 또는 CA-New라고 불리는 알고리즘은 MIMO 레이더의 파형설계를 위해 Stoica 등의 의해 제안된 방법으로, 고정된 진폭(amplitude)을 가지는 위상 변조 코드를 설계하는 방법이다^[5].

최적화 목적 함수는 아래와 같이 자기상관도의 부엽과 상호상관도의 에너지 합으로 아래와 같이 정의한다.

$$\xi = \sum_{n=-(N-1)}^{N-1} \| \mathbf{R}_n - N \mathbf{I}_L \delta_n \|^2_F \quad (1)$$

여기서, N 은 코드의 수이고, L 은 필요한 코드셋의 수, δ_n 은 Kronecker delta 함수, L 은 L 차원의 단위행렬이다.

\mathbf{R}_n 은 시간지연(time lag) n 에서의 파형의 공분산 행렬(covariance)로 아래와 같이 표현된다.

$$\mathbf{R}_n = (\mathbf{X}^H \mathbf{J}_n \mathbf{X})^T = \mathbf{R}_{-n}^H, \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2)$$

$$\mathbf{J}_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 \\ & & & & \ddots & & \\ & & & & & 1 & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{-n}^H \quad (N \times N \text{ shift matrix}) \quad (3)$$

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1 \quad \mathbf{x}_2 \quad \dots \quad \mathbf{x}_L] \quad (4)$$

여기서 \mathbf{x}_i 는 길이 N 의 코드로 구성된 열벡터이다. Parseval-type equality를 이용하면 식 (1)은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\xi = \frac{1}{2N} \sum_{p=1}^{2N} \| \Phi(\omega_p) - N \mathbf{I}_L \|^2_F \quad (5)$$

$$\Phi(\omega_p) = \sum_{n=-N+1}^{N-1} \mathbf{R}_n e^{-j\omega_p n} \quad (6)$$

$$\omega_p = \frac{2\pi}{2N} p, \quad p = 1, \dots, 2N \quad (7)$$

식 (6)은 \mathbf{X} 행렬의 스펙트럼 밀도(spectral density)이다.

아래와 같이 $\tilde{\mathbf{X}}$ 를 정의하면 $\tilde{\mathbf{X}}$ 의 FFT인 행렬 \mathbf{T} 를 $2N \times 2N$ 크기의 FFT 행렬 \mathbf{F}_{2N} 에 의해 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ 0 \end{bmatrix}_{2N \times L}, \quad \mathbf{T} = \mathbf{F}_{2N} \tilde{\mathbf{X}} \quad (8)$$

또한 \mathbf{t}_p^T 를 \mathbf{T} 의 p 번째 행이라고 하면 식 (6)은 아래 식 (9)와 같이 쓸 수 있고, 목적 함수인 식 (5)는 식 (10)과 같이 변경된다.

$$\Phi(\omega_p) = \mathbf{t}_p \mathbf{t}_p^H \quad (9)$$

$$\xi = \frac{1}{2N} \sum_{p=1}^{2N} \| \mathbf{t}_p \mathbf{t}_p^H - N \mathbf{I}_L \|^2_F \quad (10)$$

여기서, $\| \cdot \|_F$ 는 행렬의 프로베니우스 놈(Frobenius norm)이다.

식 (10)은 행렬 \mathbf{X} 에 대한 2차(quadratic) 함수이므로, 최

적화된 명시적(explicit) 해를 구하기 어렵다. 따라서 참고 문헌[5]에서 이와 거의 동일한 충분조건으로 아래와 같은 최적화 문제를 정의하였다.

$$\min_{\mathbf{X}, \{\alpha_p\}_{p=1}^{2N}} \sum_{p=1}^{2N} \left\| \frac{1}{\sqrt{2N}} \mathbf{t}_p - \alpha_p \right\|^2 \quad (11)$$

subject to :

$$|x_m(n)| = 1, \quad m = 1, 2, \dots, L, \quad n = 1, \dots, N$$

$$\|\alpha_p\|^2 = \frac{1}{2}, \quad p = 1, \dots, 2N \quad (\alpha_p \text{ is } L \times 1)$$

추가로 행렬 \mathbf{V} 를 아래와 같이 정의하면,

$$\mathbf{V} = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{2N}]^T \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \sum_{p=1}^{2N} \left\| \frac{1}{\sqrt{2N}} \mathbf{t}_p - \alpha_p \right\|^2 &= \|\mathbf{F}_{2N} \tilde{\mathbf{X}} - \mathbf{V}\|_F^2 \\ &= \|\tilde{\mathbf{X}} - \mathbf{F}_{2N}^H \mathbf{V}\|_F^2 \end{aligned} \quad (13)$$

식 (11)은 식 (13)과 같이 쓸 수 있으므로, 이로부터 식 (11)의 해를 구하는 CAN 알고리즘은 $\tilde{\mathbf{X}}$ 로부터 \mathbf{V} 를, \mathbf{V} 로부터 $\tilde{\mathbf{X}}$ 를 순차적인 업데이트하는 방식으로 구성된다. 먼저, 주어진 $\tilde{\mathbf{X}}$ 으로부터 식 (13)을 최소화하는 α_p 는 아래와 같이 구한다.

$$\alpha_p = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\mathbf{c}_p}{\|\mathbf{c}_p\|} \quad (14)$$

여기서, \mathbf{c}_p^T 는 $(\mathbf{F}_{2N} \tilde{\mathbf{X}})$ 의 p 번째 행이다. 반대로, 주어진 \mathbf{V} 로부터 \mathbf{X} 는 아래와 같이 구한다.

$$x_m(n) = \frac{d_{nm}}{|d_{nm}|} \quad (15)$$

여기서, d_{nm} 는 $(\mathbf{F}_{2N}^H \mathbf{V})$ 의 (n, m) 번째 요소이다. 이를 정리하면 아래 표 1과 같은 CAN 알고리즘이 되며, 종료 조건은 반복에 의해 \mathbf{X} 벡터가 더 이상 변하지 않는 것이다.

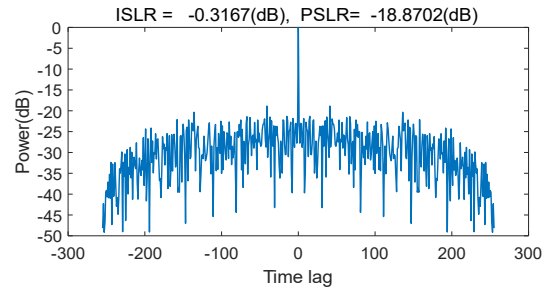
CAN 알고리즘은 FFT와 IFFT로 구성되어 있기 때문에, 위상 코드를 최적화하는 다른 알고리즘에 비해 상당히 빠른 편이며, 10만 개의 길이를 가진 10개 정도의 코드셋에 대하여 까지도 일반 개인 컴퓨터(PC)에서도 쉽게 최적화할 수 있다[7].

표 1. CAN 알고리즘 요약

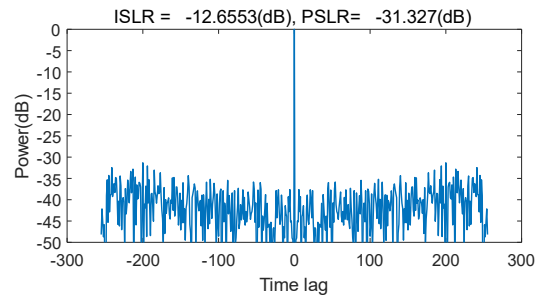
Table 1. Summary of CAN algorithm.

[Step 0] Initialize \mathbf{X} by random or specified $N \times L$ matrix
[Step 1] Calculate \mathbf{V} from $\tilde{\mathbf{X}}$ by eq.(14)
[Step 2] Calculate $\tilde{\mathbf{X}}$ from \mathbf{V} by eq.(15)
[Step 3] Iterate the step 1, 2 until the below condition is satisfied
$\ \mathbf{X}^{(i)} - \mathbf{X}^{(i+1)}\ < \epsilon$

알고리즘을 따라 256개의 무작위 바이너리 코드와 1,024개의 무작위 위상코드에 대해 각각 부엽 레벨의 최적화를 수행한 결과를 아래 그림 1, 2에서 보였다. 최적화 수행시 알고리즘의 멈춤값 ϵ 은 10^{-4} 을 사용하였다. 최적화된 코드의 부엽 레벨은 최대치 주변에서 낮은 형태를 보이며, 먼 쪽에 피크를 가지는 경향이 있다. 또한, 부엽 파워는 ISLR(integrated sidelobe ratio), PSLR(peak sidelobe



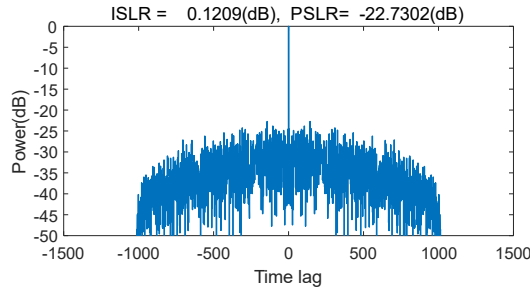
(a) 랜덤 바이너리 코드
(a) Random binary code



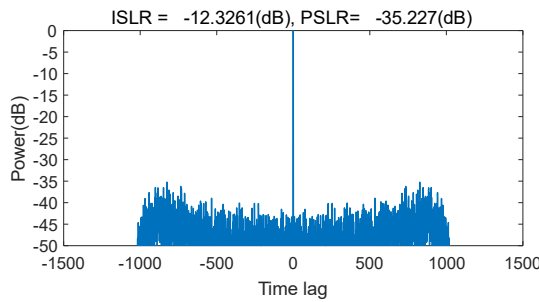
(b) CAN 알고리즘으로 최적화된 코드
(b) Optimized code by CAN

그림 1. 256 코드의 정규화된 자기상관도 파워

Fig. 1. Normalized autocorrelation power of 256 length code.



(a) 랜덤 위상 코드
(a) Random phase code



(b) CAN 알고리즘으로 최적화된 코드
(b) Optimized phase code by CAN

그림 2. 1,024 코드의 정규화된 자기상관도 파워

Fig. 2. Normalized autocorrelation power of 1,024 length code.

ratio) 모두 10 dB 이상의 개선됨을 확인할 수 있으며, 무작위 파형에 비해 이는 대략적으로 코드 길이가 10배 정도 짧아질 수 있음을 의미한다. 최적화된 코드는 초기 코드와 상관없이 위상 코드이다.

III. 제한된 위상값을 사용한 알고리즘

위상코드의 생성은 그 자체로도 구현이 쉽지 않으나, CAN 알고리즘의 최적화 결과로 생성된 변조 위상은 어떤 실수값이라도 가질 수 있고, 코드의 길이만큼 서로 다른 값을 가질 수도 있어서 어려움을 더하고 있다. 따라서 사용하는 위상의 수를 줄임으로써 구현에 용이성을 더하고자 한다.

위상 제약을 위해서 표 1의 CAN 알고리즘에서 Step 2와 Step 3의 종료 조건 비교 사이에 아래와 같은 위상 제약(quantization)을 추가하여 설계 과정을 수정하였다.

$$\theta = Q \times \text{round} \left[\frac{\arg \mathbf{X}}{Q} \right] \text{ and } \mathbf{X} \leftarrow e^{j\theta} \quad (16)$$

여기서 $\arg \mathbf{X}$ 는 행렬 \mathbf{X} 의 각 요소의 위상각 행렬, round 는 가장 가까운 정수이며, Q 는 제약 단위각이다.

그림 2의 1,024 랜덤 위상코드에 대해 위상 제약을 추가하여 최적화를 수행해 보았다. 그림 3은 사용된 위상과 빈도수를 보여주고 있으며, 보여지는 바와 같이 위상 제약은 20도이다.

최적화된 코드는 원래 코드에 비해 여전히 ISLR과 PSRLR이 각 6.2 dB, 7.63 dB 개선된 결과를 보이나, 위상 제약이 없는 경우에 비해서는 각각 ISLR 6.12 dB, PSRLR 4.87 dB 정도의 성능 손실이 생겼음을 그림 4에서 확인할 수 있다.

위상각의 제약 단위(Q)를 증가시키면서, 앞의 256 길이의 바이너리 코드, 1,024 길이 위상 코드, 그리고 무작위

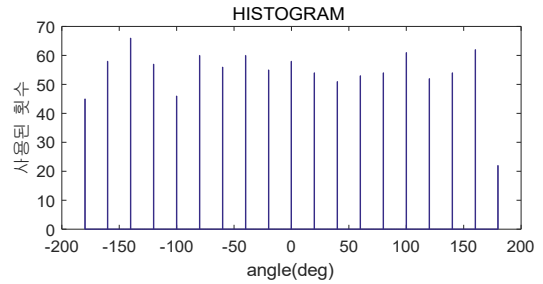


그림 3. 20도의 위상제약에 의해 설계된 코드의 각 위상별 사용 횟수

Fig. 3. Count of each phase designed by 20 degree phase quantization.

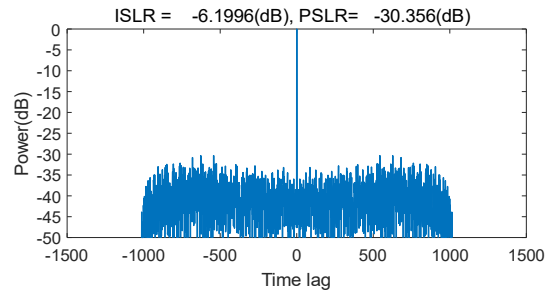


그림 4. 20도의 위상제약에 따른 자기상관도의 변화

Fig. 4. Change of autocorrelation by 20 degree phase quantization.

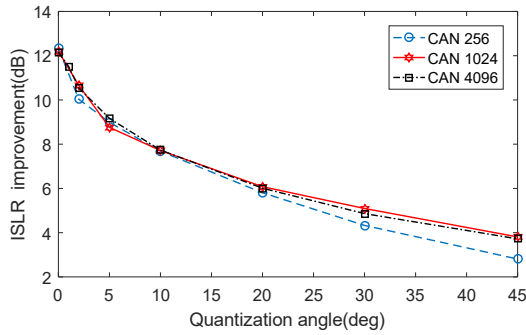


그림 5. 위상 제약 단위각의 변화에 따른 ISLR 개선량의 감소

Fig. 5. Reduction of ISLR improvement according to the phase quantization.

4,096 길이 코드를 추가로 최적화를 수행해 보았다. 그림 5는 위상각의 제약 단위에 따른 최적화 코드의 ISLR 개선 정도를 나타낸다. 위상각의 제약 단위가 커질수록 성능은 지속적으로 나빠지며, 코드 길이의 영향은 거의 없는 것으로 보인다. 무작위 코드에 비해 최적화를 하는 경우, 단위 위상각이 20도(360도 범위에서 19개의 위상각을 사용)이면 ISLR의 개선 정도가 12 dB에서 6 dB 정도로 줄어들며, 45도(9개 사용)이면 4 dB 정도로 줄어드는 것을 알 수 있다.

IV. 결 론

본 논문은 위상 코드의 수학적 최적화 방법인 CAN 알고리즘을 기반으로, 사용할 수 있는 위상값이 제한되었을 때의 설계 방법을 제안하였으며, 제약 단위에 따른 성능 손실을 분석하여 위상변조 파형의 구현 용이성을 살펴보았다. 사용할 수 있는 위상값의 제약이 없는 경우, 12 dB 정도로 ISLR이 개선되지만, 사용 가능한 위상값이 20도 간격, 19개로 제한되면 6 dB 정도로 떨어짐을 알 수 있다. 실제 구현을 위해서는 시스템의 리소스와 성능을 고려하여 선택되어야 할 것으로 생각된다. 또한, 본 논문에서는

일정 간격의 각도로 제한하였으나, 동일 개수로 다른 위상 세트 선택하는 것이 가능할 것으로 생각되며, 현재 연구 진행 중에 있다.

References

- [1] H. S. Yoo, Y. M. Gimm, and J. C. Jung, "Near-range object detection system based on code correlation," *Journal of Korean Institute of Electromagnetic Engineering and Science*, vol. 18, no. 4, pp. 455-463, 2007.
- [2] K. W. Lee, W. K. Lee, "The low probability of intercept RADAR waveform based on random phase and code rate transition for Doppler tolerance improvement," *Journal of Korean Institute of Electromagnetic Engineering and Science*, vol. 26, no. 11, pp. 999-1011, Nov. 2015.
- [3] H. Deng, "Polyphase code design for orthogonal netted radar systems," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 52, no. 11, pp. 3126-3135, Nov. 2004.
- [4] W. T. Ali, "Reduction of side-lobe levels for the optimum binary codes using the mismatched optimum integrated side-lobe level filter," *International Journal of Mechatronics, Electrical and Computer Technology*, vol. 5, no. 16, Jul. 2015.
- [5] H. He, P. Stoica, and J. Li, "Designing unimodular sequence sets with good correlations: Including an application to MIMO radar," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 57, no. 11, pp. 4391-4405, Nov. 2009.
- [6] P. Stoica, H. He, and J. Li, "New algorithms for designing unimodular sequences with good correlation properties," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 57, no. 4, pp. 1415-1425, Apr. 2009.
- [7] F. Gini, A. De Maio, and L. Patton, *Waveform Design and Diversity for Advanced Radar Systems*, London, Institution of Engineering and Technology, 2012.

김 은 희 [세종대학교/부교수]

<https://orcid.org/0000-0001-5118-5509>



1999년 2월: 한국과학기술원 정밀공학과 (공학석사)
2004년 8월: 한국과학기술원 기계공학과 (공학박사)
2007년 10월: LIG넥스원, ISR연구센터 수석연구원
2013년 9월~현재: 세종대학교, 국방시스

템공학과 부교수

[주 관심분야] 레이더 신호처리, 레이더 시스템

신 상 진 [방위산업기술지원센터/책임연구원]

<https://orcid.org/0000-0002-0231-2994>



1996년 2월: 한양대학교 제어계측공학과 (공학사)
1998년 2월: 한양대학교 제어계측공학과 (공학석사)
2003년 2월: 한양대학교 제어계측공학과 (공학박사)
2003년 3월~2004년 12월: 기원전자기술

연구소 선임연구원

2005년 2월~2014년 4월: 국방과학연구소 선임연구원

2014년 5월~현재: 방위산업기술지원센터(국방과학연구소 부설) 책임연구원

[주 관심분야] 표적 추적필터, 레이더 신호처리기 알고리즘, 레이더 파형 및 시스템 설계

한 승 수 [STX엔진/책임연구원]

<https://orcid.org/0000-0003-3774-0072>



2006년 2월: 성균관대학교 정보통신공학부 (공학사)
2008년 2월: 성균관대학교 전자전기컴퓨터공학과 (공학석사)
2008년 7월~현재: STX엔진 전파통신연구소 책임연구원

[주 관심분야] 레이더 시스템, 디지털 하드웨어, 레이더 신호처리

오 상 록 [방위산업기술지원센터/기술원]

<https://orcid.org/0000-0002-7796-0670>



2013년 2월: 중앙대학교 전자전기공학과 (공학사)
2015년 2월: 서울대학교 전기정보공학부 (공학석사)
2018년 7월~2019년 7월: 현대모비스 사시의장연구소

2019년 8월~현재: 방위산업기술지원센터 (국방과학연구소 부설) 기술원

[주 관심분야] 제어이론, 강인제어, 유도기법 등