

항공기 레이더에 있어 두 개의 주파수를 사용하였을 때 저고도 표적 다중경로 각도 추정의 CRLB

Cramér-Rao Lower Bound of Multipath Angle Estimation for Low-Flying Target of Dual-Frequency Airborne Radar

정지현 · 김진욱 · 이주현 · 전주환* · 오유근* · 서진배*

Ji Hyun Jung · Jinuk Kim · Joohyun Lee · Joohwan Chun* · Yougeun Oh* · Jinbae Suh*

요 약

같은 단일 주파수를 갖고 위상만 다른, 즉 코히런트(coherent)한, 두 개의 신호가 비슷한 각도에서 동시에 입사하면 두 신호의 위상이 0도 혹은 180도 다를 경우 각도 추정에 큰 오차가 발생한다. 항공기용 레이더는 신호의 대역폭이 비교적 작으므로 지표면 혹은 해면 가까이 낮게 나는 표적의 경우에 직접파와 표면 반사파가 같은 거리 빈(range bin)에 위치하여서 이와 같은 현상이 일어날 수 있다. 본 논문에서는 항공기용 레이더에 있어서 단일 주파수를 사용하였을 경우, 저고도 표적의 다중경로 간섭에 의한 각도 추정의 크래머 라오 하한(Cramer-Rao lower bound: CRLB)을 보이고, 두 개의 주파수를 사용하였을 경우 CRLB가 낮아짐을 보였다.

Abstract

If two signals with the same single-tone frequency and differing phases impinge simultaneously on an antenna at slightly differing angles, then a large error in the angle estimation might occur if the phase difference is either 0° or 180°. This phenomenon might arise with an airborne fire-control radar, which has a relatively small bandwidth, for a low-flying target over the sea or terrain surface. In this paper, we show that the Cramér-Rao lower bound for such a target can be significantly lowered with the use of two frequencies.

Key words: Airborne Radar, Multipath, CRLB, Angle Estimation

I. 서 론

해면이나 지면 위에 낮게 위치한 표적은 레이더 산란파가 다중경로(multipath)로 거의 같은 시점에 수신기에 도달한다. 즉, 직접파와 표면 반사파의 두 파가 거의 같은

각도로, 같은 거리 빈(range bin)에 들어오므로 서로 간섭을 일으켜서 각도 추정에 큰 오차가 생기므로 표적의 탐지 및 추적에 어려움이 있다. 특히 일반적인 모노펄스(monopulse) 레이더의 경우, 안테나 혹은 빔이 두 개뿐이 없어서 두 개의 각도를 측정하는 것이 불가능하다. 다중

「본 연구는 한화시스템 산학협동과제로 수행되었음.」

한화시스템 PGM 그룹(Hanwha System PGM)

*한국과학기술원 전기전자공학부(KAIST Electrical Engineering)

· Manuscript received January 2, 2019 ; Revised February 28, 2019 ; Accepted May 22, 2019. (ID No. 20190102-001)

· Corresponding Author: Joohwan Chun (e-mail: chun@kaist.ac.kr)

경로 문제점은 특히 해상레이다(shipborne radar)에서 널리 알려져 있고, 이를 해결하기 위한 여러 가지 시도가 지난 수십 년간 연구되어왔다. 하지만 항공기 레이다에서도 지표면 혹은 해수면의 다중경로의 영향이 큰 문제가 된다^{[1],[2]}.

Complex indicated angle 방식^[3]은 모노펄스 레이다를 사용할 때 해수 표면의 반사 특성을 알고 있다고 가정하고 두 개의 각도를 찾는 방안이고, 참고문헌 [4]은 직접파, 반사파가 2개인 점을 고려하여 3개의 빔을 사용한 방법을 제안하였다. 한편, Zoltowski^[5]는 3개의 빔을 사용한 root-MUSIC 방안으로 2개의 파의 각도를 찾는 방법을 보였다. 이상의 방법과는 달리 참고문헌 [6]에서는 반사파 방향으로 널(null)을 주어서 간섭을 제거하는 방안을 제시하였는데, 이 방법은 통신 기능도 필요한 사격통제 레이다의 경우에 특히 유리하다.

다중경로에 의한 두 개의 파는 모두 코히런트(coherent)한 성질, 즉 두 개의 파가 단일 주파수이고 단지 위상만 다른 성질을 가지고 있는데, 이 경우 위상이 0도 혹은 180도 일 경우, 크래머 라오 하한(Cramer-Rao lower bound: CRLB) 분석을 통하여, 입사각 추정 혹은 널링(nulling)이 근본적으로 어려움이 잘 알려져 있다^{[7],[8]}. 그러므로 위에 소개한 간섭제거 방법들^{[1]~[6]}은 모두 두 개의 입사파의 위상이 0도 혹은 180도일 경우 오차가 매우 크게 됨을 피할 수 없다.

본 논문에서는 다중경로 각도 추정 문제의 CRLB를 수치 해석적으로 설명하고, 두 개의 다른 주파수를 사용하였을 경우 모든 위상 각도 구간에서 CRLB가 작아짐을 보인다.

II. 항공기와 표적 간 개념도

그림 1에 높이가 h_1 인 항공기용 레이다 빔이 높이가 h_2 인 지표면에 가까이 있는 표적을 향하는 모습을 보였다. 레이다는 직접파 s_1 과 반사파 s_2 를 동시에 수신하게 되는데, s_1 의 경로 길이는 R_d 이고 s_2 의 경로 길이는 $R_r = R_1 + R_2$ 이다. 여기서 정면(boresight) 기준 s_1 의 입사각은 θ_d , s_2 의 입사각은 θ_r 로 표시하였다. 또한, 레이다로부터 표적까지 수평거리는 G 이고, 레이다로부터 반사 지점까지 수평거리는 G_1 으로 표시하였다.

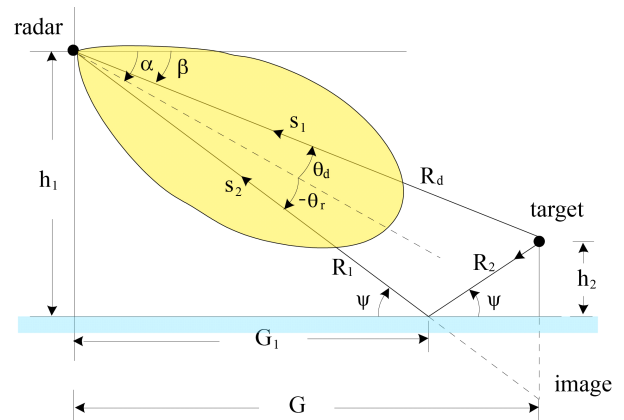


그림 1. 비행체가 표적을 향하여 날아가는 개념도
Fig. 1. Geometry of a vehicle flying towards a target.

이제 다중경로 간섭에 중요한 역할을 하는 경로 차 $\Delta R = R_r - R_d$ 는 다음의 식으로부터 얻은 R_d , R_r 로부터 구할 수 있다.

$$R_d^2 = G^2 + (h_1 - h_2)^2$$

$$R_r^2 = (R_1 + R_2)^2 = G^2 + (h_1 + h_2)^2$$

직접파의 입사각 θ_d 와 반사파의 입사각 θ_r 은 다음과 같이 구할 수 있다. 반사점에서의 지표각(grazing angle)

$$\psi = \cos^{-1} \frac{G_1}{R_1} \text{ 은}$$

$$\frac{G}{G_1} = \frac{h_1 + h_2}{h_1}, R_1 = \sqrt{h_1^2 + G_1^2}$$

를 이용하여 구하고, $\beta = \cos^{-1} \frac{G}{R_d}$ 로부터 $\theta_d = \alpha - \beta$,

$\theta_r = \alpha - \psi$ 를 얻을 수 있다.

이제 $h_1 = 500$ m, $h_2 = 10$ m, $\alpha = 45^\circ$ 라고 가정하였을 때 경로 차 $\Delta R = R_r - R_d$ 를 그림 2에 보였다. 수평거리 $0 \leq G \leq 1$ km에서 경로 차는 20 m 이하에 불과하여 대역폭이 7.5 MHz 이하인 항공기 레이다에서는 직접파, 반사파가 같은 거리 빈(range bin)에 위치하여서 간섭을 일으키게 됨을 알 수 있다.

그림 3에 수평거리 $0 \leq G \leq 1$ km에서 직접파와 반사파의 입사각을 보였다. 두 각도가 매우 비슷함을 알 수 있다.

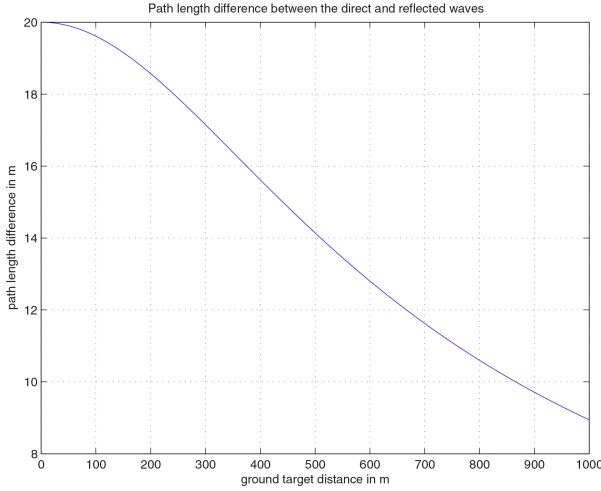


그림 2. 직접파와 반사파의 경로 차
Fig. 2. Path length difference between the direct and reflected waves.

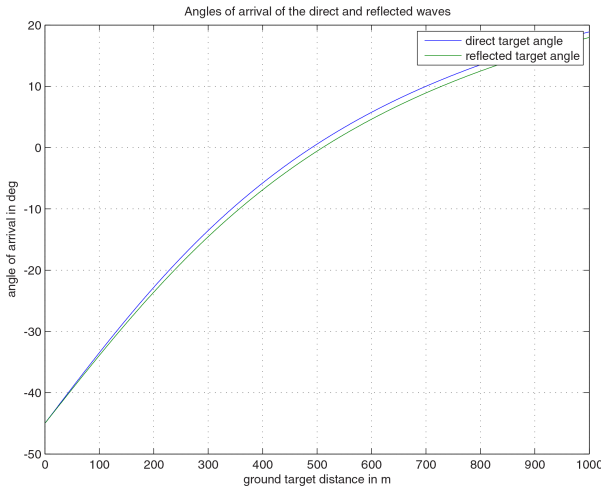


그림 3. 직접파와 반사파의 입사각
Fig. 3. Angles of arrival of the direct and reflected waves.

Ⅲ. 단일 주파수를 사용할 때 각도 추정 CRLB

다중경로 간섭을 제거하고 표적의 각도를 찾는 가장 직접적인 방법은 직접파, 반사파의 각각의 각도를 구하는 것이다. 그림 4에 N 개의 안테나 사이의 간격이 $d = \frac{\lambda}{2}$ 인 등 간격의 안테나 어레이를 보였다.

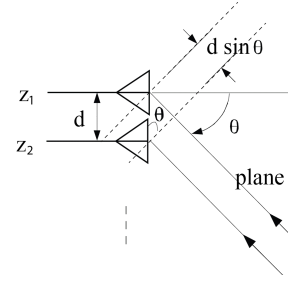


그림 4. 등 간격의 선형 안테나 어레이($d = \frac{\lambda}{2}$)
Fig. 4. Uniform linear antenna array($d = \frac{\lambda}{2}$).

입사각이 각각 θ_1, θ_2 인 두 개의 평면파(plane wave) 신호 s_1, s_2 가 있을 때 기저대역(baseband)에서 안테나 측정치 벡터는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{z} = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{s} + \mathbf{n}, \quad \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ e^{ju_1} & e^{ju_2} \\ \vdots & \vdots \\ e^{j(N-1)u_1} & e^{j(N-1)u_2} \end{bmatrix}$$

여기서

$$u_i = kd \sin \theta_i, \quad i = 1, 2, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda},$$

$$\mathbf{s} = [s_1, s_2]^T, \quad \mathbf{z} = [z_1, z_2, \dots, z_N]^T, \quad \boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2]^T$$

$$\mathbf{n} \sim CN(0, \sigma_n^2 \mathbf{I})$$

이다.

직접파 신호 s_1 과 반사파 신호 s_2 는 코히런트하여서 다음과 같이 모델 할 수 있다.

$$s_1(k) = s, \quad s_2(k) = \alpha s$$

여기서 표적에서 반사되는 신호 s 는 분산이 $E s s^* = \sigma_s^2$ 인 복소 영평균 랜덤 신호(complex zero-mean random signal)로 가정하고, $s_i(k)$ 는 시간 k 에서 샘플링한 신호를 의미하고, $\alpha = \rho e^{j\phi}$ 는 $s_1(k)$ 에 대한 $s_2(k)$ 의 복소 경로 이득(complex path gain)을 의미한다. 복소 이득 α 의 절대값 ρ 는 동작 주파수(operating frequency) f_1 및 반사 표면의 성질에 의하여 결정되고, 각도 ϕ 는 동작 주파수 f_1 및 반

사 표면의 성질뿐만 아니라, 경로 길이에 따라서 결정된다.

$$\phi = \phi_0 + \text{mod}(kR, 2\pi)$$

따라서 신호 벡터 \underline{s} 는 다음과 같은 공분산을 갖는다.

$$\begin{aligned} R_s &= E \underline{s} \underline{s}^H = \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \end{bmatrix} E s s^* [1 \ \alpha^*] \\ &= \sigma_s^2 \begin{bmatrix} 1 & \rho e^{-j\phi} \\ \rho e^{j\phi} & \rho^2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

그러므로 안테나에서 받는 신호 \underline{z} 는 공분산이 $R_z = A R_s A^H + \sigma_n^2 I$ 인 복소 영평균 랜덤 신호이다:

$$\underline{z} \sim CN(0, R_z).$$

여기서 우리가 찾으려는 변수 $\theta = [\theta_1, \theta_2]^T$ 는 R_z 에 포함되어 있는데, θ 에 대한 피셔 정보 행렬(Fisher information matrix) $F = (f_{ij}) \in C^{2 \times 2}$ 는 다음과 같이 주어진다^{[7],[8]},

$$f_{ij} = \text{tr} \left(R_z^{-1} \frac{\partial R_z}{\partial \theta_i} R_z^{-1} \frac{\partial R_z}{\partial \theta_j} \right)$$

여기서 $\text{tr}(\cdot)$ 은 대각합(trace)을 의미하고, $\frac{\partial R_z}{\partial \theta_i}$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial R_z}{\partial \theta_i} = \frac{\partial A}{\partial \theta_i} R_s A^H + A R_s \frac{\partial A^H}{\partial \theta_i}$$

그러므로 θ 의 CRLB는 다음과 같이 주어진다.

$$\text{var}(\hat{\theta}|\theta) \geq F^{-1}$$

즉, 어떤 추정값(estimator) $\hat{\theta}_i$ 를 선택하든지 간에 평균 제곱근 편차(mean square error)의 제곱, $\text{var}(\hat{\theta}|\theta)$ 는 다음의 식을 만족한다.

$$\text{var}(\hat{\theta}|\theta) \geq [F^{-1}]_{ii}, \quad i = 1, 2$$

그림 5에 $\rho = 0.9$, $\theta_1 = 0.05^\circ$, $\theta_2 = -0.05^\circ$, $f = 10$ GHz 인 경우, 복소 경로 이득의 각도 $\phi \in [-180^\circ, 180^\circ]$ 에 대하여 θ_1 에 대한 CRLB를 그렸다. $\phi = 0^\circ, 180^\circ$ 근방에서 CRLB가 값을 갖는 것을 알 수 있다. 즉, $\phi = 0^\circ, 180^\circ$ 에서는 θ_1 을 추정하기 위하여 모노펄스 혹은 최대 우도 추정(maximum likelihood estimation: MLE) 등의 어떠한 기법을

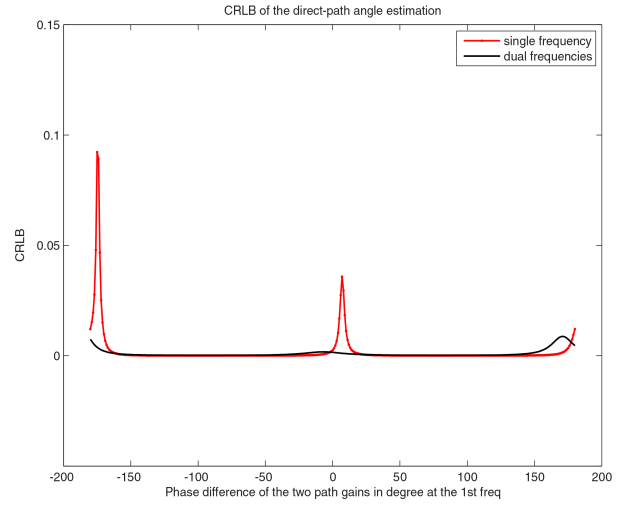


그림 5. 단일 주파수와 두 개의 주파수를 사용했을 때 직접파와 각도 추정에 대한 CRLB 비교

Fig. 5. Comparison of CRLB of the direct-path angle estimation.

사용하는 추정 오류가 클 수밖에 없다. 본 논문에서 보이지 않았지만 θ_2 의 CRLB도 그림 5와 비슷한 형태를 보인다.

많은 항공기용 레이더는 다음과 같이 위상 모노펄스 추정(monopulse estimation) 기법을 사용하여 각도 θ 를 구한다.

$$\frac{\Delta}{\Sigma} = -j \tan \left(\frac{\phi d \sin \theta}{\lambda} \right)$$

그림 3의 두 개의 가까운 입사각 상황의 경우, 위의 식으로 θ 를 구하면 그림 6과 같음을 볼 수 있다. 즉, 항공기와 표적 간 거리가 변화하면 $\phi = 0^\circ, 180^\circ$ 조건이 주기적으로 만족하게 되므로, 주기적으로 커다란 측정 오차가 발생하게 된다.

IV. 두 개의 주파수를 사용할 때 각도 추정 CRLB

이와 같은 오차를 줄이는 방안은 ϕ 가 주파수와 반사 표면의 성질의 함수임을 이용하여 여러 개의 주파수를 사용하는 것이다. 만약 두 개의 주파수 f_1 과 f_2 를 사용한다면 각각에 대하여 다음과 같은 수신 신호 모델을 얻는다.

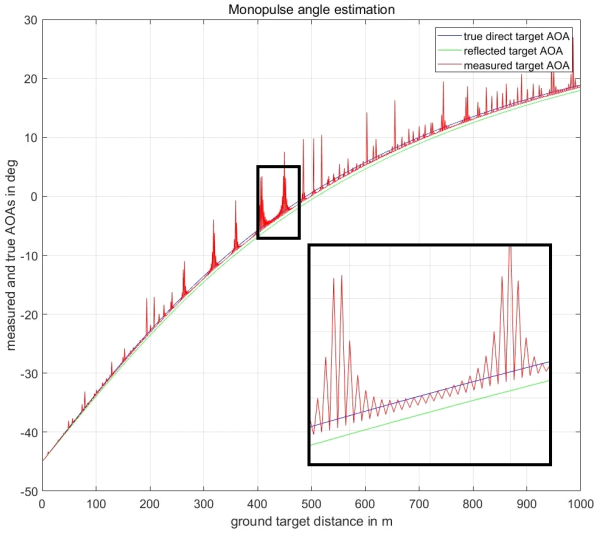


그림 6. 다중경로 신호의 모노펄스 입사각 추정
Fig. 6. Monopulse angle estimation for multipath signals.

$$\mathbf{z}_1 = A_1(\boldsymbol{\theta})\mathbf{s}_1 + \mathbf{n}_1$$

$$\mathbf{z}_2 = A_2(\boldsymbol{\theta})\mathbf{s}_2 + \mathbf{n}_2$$

여기서

$$\mathbf{s}_1 = [s_{11}, s_{12}]^T, \mathbf{s}_2 = [s_{21}, s_{22}]^T$$

$$\mathbf{s}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha_1 \end{bmatrix} s, \mathbf{s}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} s, \alpha_1 = \rho e^{j\phi_1}, \alpha_2 = \rho e^{j\phi_2},$$

$$\phi_2 = \frac{k_2}{k_1} \phi_1 + \phi_0, k_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1}, k_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2}$$

이다.

이제 위 식을 하나로 묶으면 다시

$$\mathbf{z} = A(\boldsymbol{\theta})\mathbf{s} + \mathbf{n}$$

의 형태가 된다. 여기서

$$\mathbf{z} = [\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2]^T, \mathbf{s} = [\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2]^T, \mathbf{n} = [\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2]^T, A = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}$$

이다. 또한, 신호의 공분산은

$$R_s = E \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{s}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1^H & \mathbf{s}_2^H \end{bmatrix} = \sigma_s^2 \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha_1 \\ 1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1, \alpha_1^*, 1, \alpha_2^* \end{bmatrix}$$

가 된다.

그림 5에 단일 주파수에서와 같은 조건($\rho=0.9$, $\theta_1 = 0.05^\circ$, $\theta_2 = -0.05^\circ$)에서 위에서 설명한 두 개의 주파수를 사용하여 CRLB를 구한 결과를 보였다. 여기서

$$f_1 = 10 \text{ GHz}, f_2 = 10.1 \text{ GHz},$$

$$\phi_2 = \frac{k_2}{k_1} \phi_1 + \phi_0, \phi_0 = 20^\circ$$

를 사용하였다. 각도 $\phi_0 = 20^\circ$ 는 다른 주파수를 사용함에 따른 반사 계수의 차이에서 유래한다고 가정하였다.

그림 5에서 두 개의 주파수를 사용한 경우, 한 개의 주파수를 사용한 경우보다 CRLB가 현저하게 줄어들었음을 볼 수 있다.

그림 7에 두 개의 주파수를 사용할 때 두 주파수의 차이에 따라 직접파 각도 추정 CRLB가 어떻게 변화하는지 보였다. 사용한 주파수는 다음과 같다.

$$f_1 = 10 \text{ GHz}, f_2 = 10.1 \text{ GHz}, 10.5 \text{ GHz}, 11 \text{ GHz}$$

CRLB가 비교적 높았던 180도 근처에서는 두 주파수 차이가 커질수록 CRLB가 크게 줄어들었음을 볼 수 있다. 하지만 두 주파수 차이가 커질수록, 0도 근처에는 CRLB가 약간 증가하는 경향을 보였다.

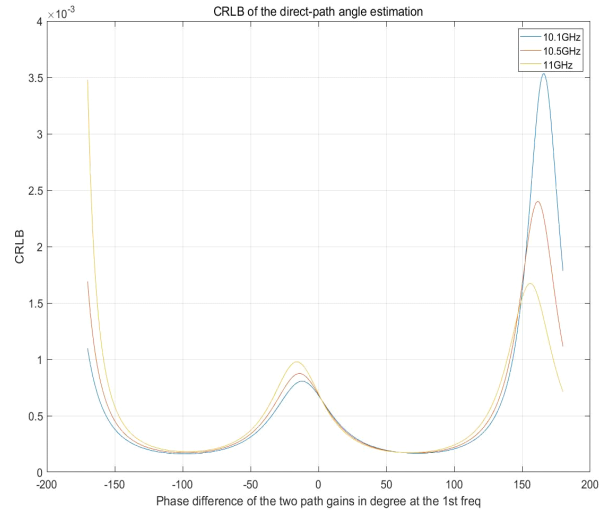


그림 7. 두 주파수 차이에 따른 직접파 각도 추정에 대한 CRLB 비교
Fig. 7. Comparison of CRLB of the direct-path angle estimation according to the difference of two frequencies.

V. 결 론

본 논문에서는 항공기 레이더에서 두 개의 주파수를 사용하면 저고도 표적의 다중경로 각도를 정확히 추정할 수 있음을 CRLB를 이용하여 이론적으로 보였다. 여기서 다이버전스(divergence) 효과 등^[6]을 포함한 다중경로의 보다 현실적인(realistic) 모델링은 단지 부수적인 영향만 주므로 여기서는 생략하였다. MLE 알고리즘은 정칙 조건(regularity condition)을 만족할 경우 점근적으로(asymptotically) 평균 제곱근 편차가 CRLB와 일치함이 잘 알려져 있다^[7]. 직접파 각도를 추정하는 알고리즘은 MUSIC, MLE, 혹은 모노펄스의 변형 등 여러 가지 방안이 가능한데, 구체적인 알고리즘 구현은 본 논문에서 다루지 않았다.

References

- [1] J. Teti, "Wide-band airborne radar operating considerations for low-altitude surveillance in the presence of specular multipath," *IEEE Transactions on Antenna and Propagations*, vol. 48, no. 2, pp. 176-191, Feb. 2000.
- [2] M. Man, Z. Lei, Y. Zie, B. Chen, and Q. Wang, "Monte Carlo simulation of the echo signals from low-flying targets for airborne radar," *International Journal of An-*

tennas and Propagation, vol. 2014, p. 416985.

- [3] S. Sherman, "Complex indicated angles applied to unresolved radar targets and multipath," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems*, vol. AES-7, no. 1, pp. 160-170, Jan. 1971.
- [4] W. White, "Low angle radar tracking in the presence of multipath," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems*, vol. AES-10, no. 6, pp. 835-852, Nov. 1974.
- [5] M. Zoltowski, T. Lee, "Maximum likelihood based sensor array signal processing in the beamspace domain for low angle radar tracking," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 39, no. 3, pp. 656-671, Mar. 1991.
- [6] D. Park, E. Yang, S. Ahn, and J. Chun, "Adaptive beamforming for low-angle target tracking under multipath interference," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems*, vol. 50 no. 4, pp. 2564-2577, Oct. 2014.
- [7] H. L. Van Trees, *Detection, Estimation, and Modulation Theory*, New York, NY, John Wiley & Sons, 1968.
- [8] H. L. Van Trees, *Optimum Array Processing: Part 4 of Detection, Estimation and Modulation Theory*, New York, NY, John Wiley & Sons, 2002.

정 지 현 [한화시스템/전문연구원]

<https://orcid.org/0000-0001-7410-6033>



2004년 2월: 단국대학교 전자공학과 (공학사)

2006년 2월: 고려대학교 전파공학과 (공학석사)

2011년 2월: 고려대학교 전파공학과 (공학박사)

2016년 3월~현재: 한화시스템 레이더·

PGM 연구소 전문연구원

[주 관심분야] 레이더 시스템 설계, 레이더 신호처리

김 진 옥 [한화시스템/선임연구원]

<https://orcid.org/0000-0002-7162-0974>



2012년 2월: 충남대학교 메카트로닉스공학과 (공학사)

2014년 7월: 충남대학교 기계설계메카트로닉스공학과 (공학석사)

2017년 5월~현재: 한화시스템 레이더·PGM 연구소 선임연구원

[주 관심분야] 레이더 시스템 설계, 레이

더 신호처리

이 주 현 [한화시스템/전문연구원]

<https://orcid.org/0000-0002-9845-5681>



2006년 2월: 한양대학교 컴퓨터공학과 (공학사)
2008년 2월: 한양대학교 전자전기공학과 (공학석사)
2008년 2월~현재: 한화시스템 레이더·PGM 연구소 전문연구원
[주 관심분야] 레이더 신호처리/성능분석

오 유 근 [한국과학기술원/석사과정]

<https://orcid.org/0000-0003-2779-9118>



2018년 8월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학부 (공학사)
2018년 9월~현재: 한국과학기술원 전기 및 전자공학부 석사과정
[주 관심분야] 레이더 신호처리

전 주 환 [한국과학기술원/교수]

<https://orcid.org/0000-0002-3506-1722>



1980년: 서강대학교 전자공학과 (공학사)
1984년: 미국 Cornell University 전자공학과 (공학석사)
1989년: 미국 Stanford University 전자공학과 (공학박사)
2007년~현재: 한국과학기술원 전기 및 전자공학부 교수

[주 관심분야] 레이더

서 진 배 [한국과학기술원/석박통합과정]

<https://orcid.org/0000-0003-3612-4382>



2015년 2월: 성균관대학교 전자전기공학부 (공학사)
2015년 3월~현재: 한국과학기술원 전기 및 전자공학부 석박통합과정
[주 관심분야] 레이더 신호처리