

## 샘플링 오실로스코프의 주파수 응답특성 교정

# Calibration of Frequency Response for a Sampling Oscilloscope

조 치 현 · 이 동 준 · 이 주 광

Chihyun Cho · Dong-Joon Lee · Joo-Gwang Lee

### 요 약

본 논문에서는 샘플링 오실로스코프의 주파수 응답특성을 측정하는 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 샘플링 오실로스코프의 계통오차인 시간축 왜곡 현상과 임피던스 부정합에 의한 영향을 교정할 수 있다. 또한 시간축 에러를 교정한 후에 발생하는 잔여 지터와 기준 펄스 발생 조건에 따라 변하는 scale factor의 정확한 추정이 가능하다. 제안 방법의 불확도 분석을 수행하였고, 전력계와의 비교·검증을 통해 제안 방법의 타당성을 보였다.

### Abstract

We herein propose a calibration method for a sampling oscilloscope. The proposed method can correct the systematic errors in the oscilloscope such as time-based distortion and impedance mismatch. In addition, it can accurately estimate the residual jitter that remains after a time-based correction and the scale factor that varies in accordance with the setting of the pulse generator. The proposed method is validated thorough the comparison and verification with the power meter, and the uncertainty of the measurement method is analyzed.

Key words: Frequency Response, Oscilloscope, Traceability, Calibration

## I. 서 론

다양한 멀티미디어의 발달과 더불어 데이터의 전송속도가 급격히 증가하고 있으며, 이에 따라 송수신 시스템도 높은 대역폭이 요구된다. 실제로 USB 3.2는 20 Gbps의 전송속도를, WiGig는 60 GHz의 동작주파수에서 2.16 GHz의 대역폭을 이용한다. 이러한 고속신호들은 규약이 매우 엄격하기 때문에, 이를 검증하기 위해서는 시간영역에서 RF 신호를 측정할 수 있는 고성능 오실로스코프가 필요하다. 통상 RF 회로들은 주파수에 따라 진폭과 위상특성이 변화하므로, 오실로스코프로 측정할 광대역 신호들은

오차를 포함하게 된다. 따라서 보다 정확한 계측을 위해서는 사용된 오실로스코프의 주파수 응답특성을 측정하고, 이를 보정해서 사용해야 한다<sup>[1]~[4]</sup>.

수 GHz 이상의 높은 주파수를 측정할 수 있는 오실로스코프는 다양하지만, 본 논문에서는 샘플링 해상도가 높고, 비용이 비교적 저렴해 산업현장에서 많이 사용되고 있는 샘플링 오실로스코프에 대해 다룬다.

샘플링 오실로스코프의 진폭 응답특성은 전력계를 이용하여 측정이 가능하지만, 위상에 대한 응답특성을 알 수 없는 한계가 있다. 이를 극복하기 위해 80년대 중반부터 N2N(nose-to-nose) 기법이 개발되었다<sup>[5]~[7]</sup>. N2N은

「본 연구는 2018년도 한국표준과학연구원의 ‘국가전략수요 대응 기반 측정표준기술 개발’ 재원으로 지원을 받아 수행된 연구임(한국표준과학연구원-2018-GP2018-0005).」

한국표준과학연구원 전자기표준센터(Center for Electromagnetic Metrology, Korea Research Institute of Standards and Science)

· Manuscript received January 11, 2018 ; Revised April 17, 2018 ; Accepted May 4, 2018. (ID No. 20180111-004)

· Corresponding Author: Chihyun Cho (e-mail: chihyun.cho@kriss.re.kr)

샘플링 오실로스코프를 특정한 조건 하에 두면 생성되는 kick-out 펄스를 이용하는 방법이다. 하지만 다이오드 회로의 비대칭성과 비선형성 등으로 인하여 20 GHz 대역의 범위에서만 유효한 것으로 알려져 있다<sup>[8]</sup>. 최근에는 광학 샘플링 기법을 이용해 광대역 펄스의 특성을 평가하고, 이를 이용하여 샘플링 오실로스코프의 응답특성을 측정하는 방법들이 개발되었다<sup>[9]~[11]</sup>. 그러나 여전히 측정 과정에서 sub-ps의 지터가 발생하게 되어 오차가 증가하게 된다. 본 논문에서는 전력계를 이용하여 발생하는 잔여지터를 계산 및 보상하는 방법을 새롭게 제안하였으며, 불확도 평가를 통해 제안 방법의 타당성을 보였다.

## II. 주파수 응답특성 측정

샘플링 오실로스코프가 LTI(linear time invariant) 시스템이라고 가정하면, 오실로스코프의 주파수 응답특성은 입력신호와 측정값의 비로 다음과 같이 나타낼 수 있다<sup>[12]</sup>.

$$H_{scope} = \frac{H_{meas}}{H_{inc}} \quad (1)$$

여기에서  $H_{scope}$ ,  $H_{meas}$ ,  $H_{inc}$ 는 각각 주파수 도메인에서의 오실로스코프 주파수 응답특성, 측정된 파형, 그리고 인가된 신호를 나타낸다. 따라서 인가된  $H_{inc}$ 의 값을 정확히 알고 있으면 이로부터  $H_{scope}$ 를 계산할 수 있다. 현재까지 알려진 바로는 광대역 펄스의 파형을 가장 정확하게 측정할 수 있는 방법은 초고속 펄스 레이저 기반의 광-간섭계 시스템을 이용한 전기광학 샘플링 기법이다<sup>[13]</sup>. 이 방법을 적용하기 위해서는 PD(photo-diode)와 이를 여기시킬 수 있는 펄스 레이저 시스템이 필요하다.

그림 1은 본 논문에서 제안한 주파수 응답특성 측정시스템의 블록 다이어그램을 나타낸다. 주파수 응답특성을 측정하기 위한 기준 펄스로 100 GHz의 대역폭을 가지는 PD를 이용하였으며, 전기광학 기법으로 National Institute Standards and Technology(NIST, 美 국립표준기술연구소)에서 PD의 출력펄스 특성( $H_{inc}$ )이 평가되었다. 레이저 동기시스템은 펄스 레이저의 공진기를 정밀하게 조절하여 신호원 1과 레이저를 동기시킨다. 따라서 PD는 신호

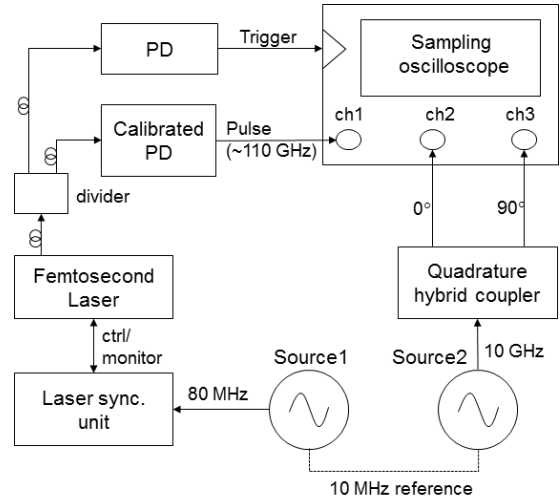


그림 1. 샘플링 오실로스코프의 주파수 응답특성 측정시스템

Fig. 1. Measurement system for the frequency response of the sampling oscilloscope.

원 1의 80 MHz에 동기된 펄스를 반복적으로 생성한다. 샘플링 오실로스코프의 트리거링 신호로는 100 GHz PD의 입력 광신호를 일부분 분기한 후, 이를 트리거용 PD의 입력신호로 사용하였다. 트리거링에 사용된 PD 역시 상승시간(rising time)이 수 ps 이내로서 70 GHz의 높은 동작 주파수 대역을 갖는다. 따라서 샘플링 오실로스코프도 신호원 1에 동기되어 동작하게 된다.

구성된 측정 시스템은 PD의 파형을 측정하는 과정에서 아래와 같은 측정오차를 발생시키므로 이에 대한 교정이 함께 수반되어야 샘플링 오실로스코프의 정확한 주파수 응답특성 측정이 가능해진다.

### 2-1 샘플링 오실로스코프의 시간축 에러 교정

샘플링 오실로스코프는 등가시간 샘플링(equivalent time sampling) 기법을 적용하여 ps 이하의 고분해능으로 100 GHz에 이르는 광대역신호를 측정할 수 있다. 하지만 트리거링 지터와 내부 시간 지연회로의 오차로 인해 수십 ps의 시간축 왜곡 현상이 발생한다. 이러한 시간축 왜곡 현상을 교정하지 않으면 마치 측정신호가 저대역통과 필터를 통과한 것처럼 고주파 신호 성분이 크게 감쇠되는 현상이 발생한다. 따라서 이러한 현상을 피하기 위해서는

시간축 에러를 교정해야 한다<sup>[14][15]</sup>.

시간축 에러 교정방법으로는 DUT 측정과 동시에 sine 파형을 측정하고, 회귀분석을 통해 측정 시 발생한 시간축 에러를 추정하는 방법이 많이 사용된다. 이때 발생한 시간축 에러는 모든 측정채널에서 공통적으로 발생한다고 가정한다. 따라서 시간축 에러를 추정하기 위한 회귀분석 모델은 다음과 같으며, 통상 추정의 정확성을 높이기 위해 90도 위상차를 가지는 IQ 신호를 이용한다.

$$y_{j,i} = a_j \cos(\omega t_i + \delta_i + \theta_j) + c_j + \epsilon_{j,i} \quad (2)$$

여기에서  $i$ 와  $j$ 는 각각  $j$  채널을 통해 측정된  $i$ 번째 측정값을 의미하며,  $a_j$ ,  $\theta_j$ ,  $c_j$ 는 각각  $j$ 채널을 통해 측정된 sine 파형의 진폭, 위상, 오프셋 값,  $\delta_i$ 는  $i$ 번째 측정값의 시간오차,  $\epsilon_{j,i}$ 는 랜덤오차이다. 본 연구에서는 10 GHz의 IQ 신호를 이용하였으며, 그림 1과 같이 80 MHz 신호원 1에 10 MHz 기준신호로 동기를 하였다. IQ 신호를 생성하기 위해 quadrature 하이브리드 커플러를 이용하였으며, 커플러를 통해 생성된 IQ신호를 샘플링 오실로스코프의 다른 채널로 측정하였다. 그림 2는 100회 측정된 결과(회색점)와 시간왜곡이 교정된 신호(흰선)를 함께 보여준다. 교정되지 않은 신호들은 시간왜곡 현상으로 인해 지터가 매우 크지만 교정된 신호는 그러한 현상들이 제거된 것을 확인할 수 있다. 보다 자세한 내용은 참고문헌 [15]에 정리되어 있다.

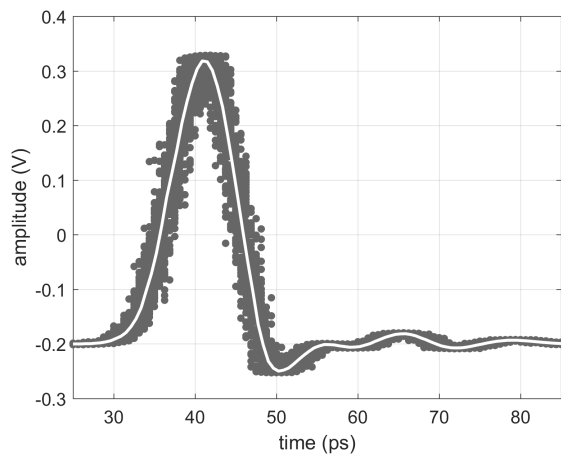


그림 2. 시간축 왜곡 교정 결과  
Fig. 2. Calibration result for the time base distortion.

## 2-2 임피던스 부정합 교정

PD와 샘플링 오실로스코프의 입력 임피던스는 정확히 50 Ω이 아니므로 두 장비 사이에 임피던스 부정합이 발생한다. 임피던스 부정합에 대한 신호 흐름도는 그림 3과 같으며, 오실로스코프가 측정한 PD의 파형  $H_{meas}$ 는 다음과 같다<sup>[16]</sup>.

$$H_{meas} = H_{scope} \frac{H_{inc} S_{21}}{\left(1 - \Gamma_{PD} S_{11} - \Gamma_{scope} S_{22}\right) - \Gamma_{PD} \Gamma_{scope} (S_{21} S_{12} - S_{11} S_{22})} \quad (3)$$

여기에서  $\Gamma_{PD}$ ,  $\Gamma_{scope}$ 는 각각 PD와 샘플링 오실로스코프의 입력 임피던스이며,  $S_{xx}$ 는 PD와 오실로스코프를 연결하기 위해 사용된 어댑터의 S파라미터이다. 따라서 임피던스 부정합을 고려한 주파수 응답특성은 식 (3)을 이용해 계산할 수 있다. 그림 4는 임피던스 부정합이 교정되기

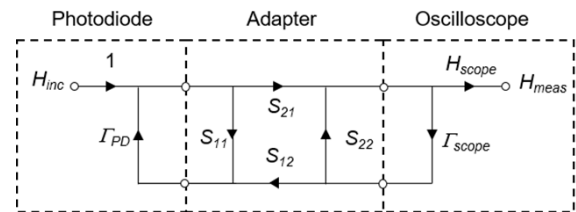


그림 3. 임피던스 부정합 신호흐름도  
Fig. 3. Signal flow-graph for the impedance mismatch.

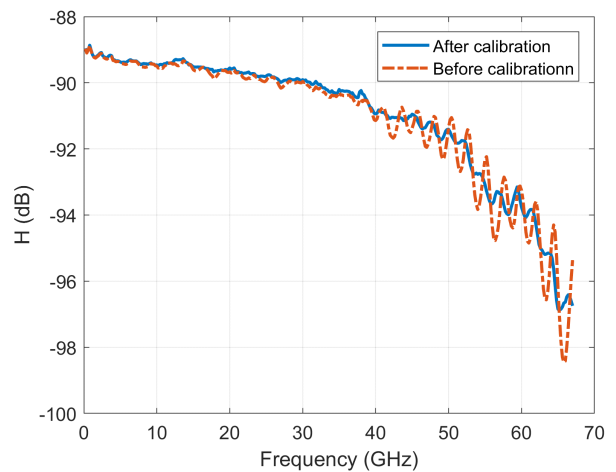


그림 4. 임피던스 부정합 교정 결과  
Fig. 4. Calibration result for the impedance mismatch.

전과 후의 샘플링 오실로스코프의 주파수 응답특성을 보여준다. 임피던스 부정합 교정 전(파선)에는 주파수가 높아짐에 따라 측정값이 크게 요동을 치지만, 임피던스 부정합 교정 후(실선)에는 주파수에 따른 요동이 크게 감소되었다. 이는 PD와 오실로스코프 사이의 임피던스 부정합으로 인한 반사파가 제거되었기 때문이다.

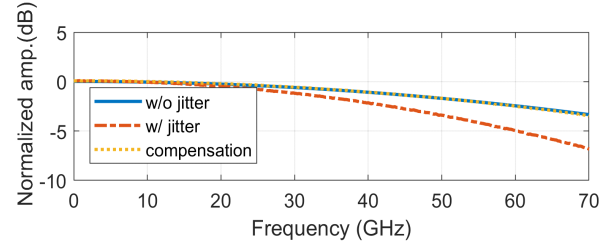
### 2.3 잔여 지터 및 Scale Factor 추정

전술한 시간축 왜곡 교정법은 샘플링 오실로스코프의 각 채널에서 발생한 시간축 에러가 거의 동일하다는 가정에서 출발을 한다. 따라서 샘플링 오실로스코프의 채널 간 서로 독립적인 랜덤 지터가 발생하면 시간축 에러를 교정하더라도 잔여 지터(residual jitter)가 발생하게 된다<sup>[5]</sup>. 이로 인해 측정된 PD의 출력신호는 주파수에 따라 감소하는 경향을 가진다. 그림 5는 지터에 의한 영향을 시뮬레이션으로 평가한 결과를 나타낸다. 70 GHz의 대역폭을 가지는 가우시안 펄스 100개를 생성한 후, 진폭 대비 0.5%의 랜덤 잡음과 2 ps의 랜덤 지터를 각각 추가하였다. 이후 생성된 100개의 가우시안 펄스를 평균한 후 푸리에 변환을 통해 주파수 성분을 도출하였다. 진폭의 경우에는 지터의 영향으로 인해 주파수가 높아질수록 세기가 감소하며, 70 GHz의 신호성분은 약 4 dB의 감쇠가 발생한다. 지터  $\sigma_j$ 에 의한 감쇠 효과는  $\exp(\sigma_j^2 \omega^2 / 2)$  항을 곱하여 보상할 수 있으며, 그림 5(a)와 같이 원 신호와 동일한 진폭 응답특성을 갖는 것을 확인할 수 있다<sup>[9]</sup>. 위상오차는 평균횟수가 증가할수록 0으로 수렴을 하지만, 실 환경에서는 평균횟수가 제한될 수밖에 없다. 본 예시처럼 진폭대비 약 0.5%의 잡음을 가지며, 펄스 평균횟수가 100개일 경우에는 그림 5(b)와 같이 약 0.2도 이내의 오차로 수렴된다.

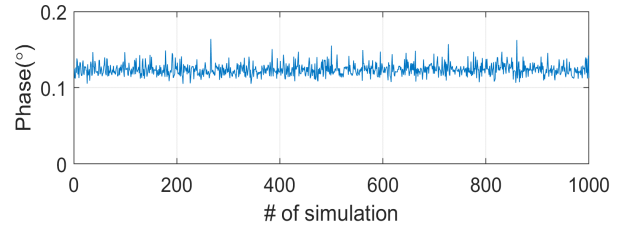
따라서 식 (4)와 같이 PD를 이용해 측정한 주파수 응답특성에 지터 감쇠 보상항을 곱하면 전력계로 측정한 주파수 응답특성과 동일해지므로, 이를 이용하여 잔여 지터의 정확한 추정이 가능하다.

$$H_{pow} \approx C |H_{scope}| \exp\left(\frac{\sigma_j^2 \omega^2}{2}\right) \quad (4)$$

여기서  $C$ 는 PD의 바이어스와 PD를 여기시키기 위해 사용된 펄스 레이저의 상태에 따라 변하는 scale factor이



(a) 정규화된 진폭  
(a) Normalized amplitude



(b) 위상  
(b) Phase

그림 5. 지터에 의한 왜곡현상

Fig. 5. Distortion of the measured waveform.

며,  $H_{pow}$ 는 전력계를 이용해 측정한 진폭 응답특성이다. 식 (4) 양변에  $\log$ 를 취한 후 선형최소자승법(linear least square fitting)을 적용하면 잔여 지터와 scale factor를 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \sigma_j^2 \\ \log(C) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega^2(1) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ \omega^2(n) & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \log\left(\frac{H_{pow}(1)}{|H_{scope}(1)|}\right) \\ \vdots \\ \log\left(\frac{H_{pow}(n)}{|H_{scope}(n)|}\right) \end{pmatrix} \quad (5)$$

그림 6(a)는 식 (5)를 이용하여 추정된 잔여 지터를 보정한 결과를 나타내며, PD를 이용한 방법과 전력계를 이용한 방법이 서로 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 그림 6(b)는 측정된 위상특성을 나타내며, 20 GHz까지 rms 에러가 작도록 선형위상값을 detrend한 결과이다. 측정에 사용된 오실로스코프의 경우 약 40 GHz까지는 비교적 평탄한 위상 특성을 보이지만, 그 이상의 주파수에서는 그렇지 못한 결과를 보인다. 이는 오실로스코프의 진폭 응답특성과 유사한 결과로 측정된 위상의 정확성을 간접적으로 증명한다.

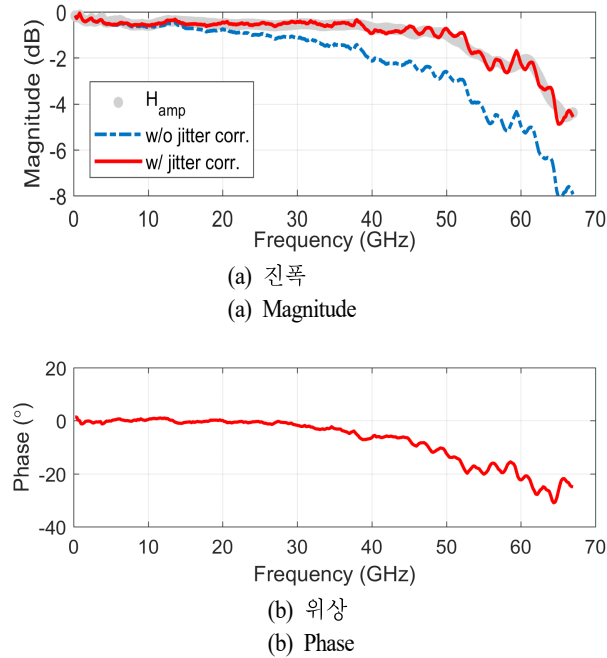


그림 6. 샘플링 오실로스코프의 주파수 응답특성 측정값  
Fig. 6. The frequency response of the sampling oscilloscope.

### III. 불확도 분석

통상 샘플링 오실로스코프의 주파수 응답특성은 진폭과 위상으로 표현되므로 불확도도 각각의 값으로 표현되어야 한다. 또한 측정된 주파수 응답특성은 시간영역에서 측정된 전압파형을 교정하는데 사용될 수 있어야 하므로 불확도는 주파수-주파수, 위상-위상, 주파수-위상 사이의 모든 상관관계를 알아야 한다. 만약 상관관계를 고려하지 않고 주파수 영역의 불확도를 시간영역으로 전환하면 상수값이 되어 측정의 정확성을 담보하기 어렵게 된다<sup>[17]</sup>. 따라서 본 논문에서는 불확도를 아래와 같이 공분산 행렬  $\Sigma$ 로 구성하였다.

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_{\text{mag-mag}} & \Sigma_{\text{mag-phase}} \\ \Sigma_{\text{mag-phase}} & \Sigma_{\text{phase-phase}} \end{pmatrix} \quad (6)$$

샘플링 오실로스코프의 주파수 응답특성 불확도 주요 요인은 기준펄스에 의한 불확도, 시간축 에러교정에 의한 불확도, 임피던스에 의한 불확도, 잔여 지터 및 scale factor 추정에 의한 불확도 및 반복측정 불확도로 구성되며, 각각의 불확도 요인은 다음과 같이 계산된다.

#### 3-1 기준펄스에 의한 불확도

불확도 전파법칙에 따르면 어떤 임의의 불확도를 다른 값에 대한 불확도로 전환하기 위해서는 1차 테일러 근사화를 기반으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.<sup>[17]</sup>

$$\Sigma_y = \mathbf{J}_{yx} \Sigma_x \mathbf{J}_{yx}^T \quad (7)$$

여기에서  $\Sigma_x$ 와  $\Sigma_y$ 와는 각각  $x$ 와  $y$ 에 대한 공분산 행렬이다.  $\mathbf{J}_{yx}$ 는 Jacobian행렬로  $y$ 값에 대한  $x$ 값의 편미분 즉, 감도계수로 구성되며,  $\mathbf{J}_{yx}^T$ 는  $\mathbf{J}_{yx}$ 의 전치행렬을 나타낸다. 따라서 NIST에서 교정 시 측정된 기준펄스 공분산  $\Sigma_{\text{NIST}}$ 는 다음과 같이 기준펄스에 의한 주파수 응답특성 공분산  $\Sigma_{\text{pd}}$ 로 전환된다.

$$\Sigma_{\text{pd}} = \mathbf{J}_{\text{PD}} \Sigma_{\text{NIST}} \mathbf{J}_{\text{PD}}^T \quad (8)$$

여기에서  $\mathbf{J}_{\text{PD}}$ 는 식 (6)에서 정의한 바와 같이 진폭과 위상에 대한 공분산 행렬을 구하기 위해서 각각 진폭과 위상에 대한 편미분으로 다음과 같이 구성되어야 한다.

$$\mathbf{J}_{\text{PD}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \text{abs}(H_{\text{scope}}(f_1))}{\partial \text{abs}(H_{\text{inc}}(f_1))} & \cdots & \frac{\partial \text{abs}(H_{\text{scope}}(f_1))}{\partial \angle(H_{\text{inc}}(f_m))} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \text{abs}(H_{\text{scope}}(f_n))}{\partial \text{abs}(H_{\text{inc}}(f_1))} & \cdots & \frac{\partial \text{abs}(H_{\text{scope}}(f_n))}{\partial \angle(H_{\text{inc}}(f_m))} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \angle(H_{\text{scope}}(f_1))}{\partial \text{abs}(H_{\text{inc}}(f_1))} & \cdots & \frac{\partial \angle(H_{\text{scope}}(f_1))}{\partial \angle(H_{\text{inc}}(f_m))} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \angle(H_{\text{scope}}(f_n))}{\partial \text{abs}(H_{\text{inc}}(f_1))} & \cdots & \frac{\partial \angle(H_{\text{scope}}(f_n))}{\partial \angle(H_{\text{inc}}(f_m))} \end{pmatrix} \quad (9)$$

여기에서  $n$ 과  $m$ 은 각각 측정된 오실로스코프 주파수 응답특성과 기준펄스 특성의 측정 데이터 개수를 의미한다. Jacobian 행렬의 각 원소들은 식 (3)을 이용하여 수치적으로 계산할 수 있다. 예를 들어  $\mathbf{J}_{\text{PD}}(1,1)$ 은 측정에 사용된  $|H_{\text{inc}}(f)|$ 의 값을 미소증분시켰을 때 증가된  $|H_{\text{scope}}(f)|$ 과의 비율로 계산할 수 있다.

#### 3-2 시간축 에러 교정에 의한 불확도

샘플링 오실로스코프의 시간왜곡 교정에 의한 공분산  $\Sigma_{\text{time}}$ 은 식 (2)를 이용해 회귀분석 시 residual  $\epsilon_{j,i}$ 를 통해 계

산할 수 있다<sup>[18]</sup>. 이때 계산된  $\Sigma_{TBC}$ 는 오실로스코프를 이용해 시간영역에서 측정된 PD 파형의 공분산을 의미한다. 따라서 샘플링 오실로스코프의 주파수 응답특성에 대한 불확도 요인으로 변환하기 위해서 아래와 같이 계산한다.

$$\Sigma_{time} = \mathbf{J}_{time} \Sigma_{TBD} \mathbf{J}_{time}^T \quad (10)$$

$$\mathbf{J}_{time} = \begin{pmatrix} \frac{\partial abs(H_{scope}(f_1))}{\partial abs(f_{fft}(H_{meas}(t_1)))} & \cdots & \frac{\partial abs(H_{scope}(f_1))}{\partial \angle(f_{fft}(H_{meas}(t_m)))} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial abs(H_{scope}(f_n))}{\partial abs(f_{fft}(H_{meas}(t_1)))} & \cdots & \frac{\partial abs(H_{scope}(f_n))}{\partial \angle(f_{fft}(H_{meas}(t_m)))} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \angle(H_{scope}(f_1))}{\partial abs(f_{fft}(H_{meas}(t_1)))} & \cdots & \frac{\partial \angle(H_{scope}(f_1))}{\partial \angle(f_{fft}(H_{meas}(t_m)))} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \angle(H_{scope}(f_n))}{\partial abs(f_{fft}(H_{meas}(t_1)))} & \cdots & \frac{\partial \angle(H_{scope}(f_n))}{\partial \angle(f_{fft}(H_{meas}(t_m)))} \end{pmatrix} \quad (11)$$

$\mathbf{J}_{time}$ 은 시간 영역에서 측정한 펄스파형에 의한 오실로스코프의 응답특성의 감도계수를 행렬로 나타낸 것이며,  $f_{fft}$ 는 푸리에변환을 의미한다. 역시 식 (3)을 이용하여 수치적으로 계산할 수 있다.

### 3.3 임피던스에 의한 불확도

임피던스에 의한 불확도는 PD 입력임피던스, 샘플링 오실로스코프 임피던스 및 어댑터 임피던스로 구성되며, 다음과 같다.

$$\Sigma_z = \mathbf{J}_{(\Gamma, PD)} \Sigma_{(\Gamma, PD)} \mathbf{J}_{(\Gamma, PD)}^T + \mathbf{J}_{(\Gamma, scope)} \Sigma_{(\Gamma, scope)} \mathbf{J}_{(\Gamma, scope)}^T + \mathbf{J}_{(\Gamma, adapter)} \Sigma_{(\Gamma, adapter)} \mathbf{J}_{(\Gamma, adapter)}^T \quad (12)$$

$\mathbf{J}_{(\Gamma, PD)}$ ,  $\mathbf{J}_{(\Gamma, scope)}$ ,  $\mathbf{J}_{(\Gamma, adapter)}$ 는 전술한 방법과 동일하게 식 (3)을 이용하여 계산된 Jacobian 행렬이며,  $\Sigma_{(\Gamma, PD)}$ ,  $\Sigma_{(\Gamma, scope)}$ ,  $\Sigma_{(\Gamma, adapter)}$ 는 각각 임피던스 측정 시 계산된 공분산이다. 일반적으로 임피던스 측정 불확도는 주파수 사이의 상관관계를 산출하지 않으므로 측정된 임피던스 성분의 모든 상관관계를 계산하기 위해 임피던스 교정물(calibration kit)의 물리적 특성으로부터 불확도를 계산하는 방법을 적용하였다.<sup>[19]</sup>

### 3.4 잔여 지터 및 Scale Factor 추정에 의한 불확도

잔여 지터 및 scale factor 추정에 의한 불확도 계산은 우선 식 (5)를 기반으로 선형회귀 분석한 잔여 지터와 scale factor의 공분산  $\Sigma_{LSQ}$ 를 계산한 후, 이를 다시 오실로스코프의 응답특성에 대한 공분산  $\Sigma_{jitter/scale}$ 로 다음과 같이 변환해야 한다.

$$\Sigma_{jitter/scale} = \mathbf{J}_{jitter/scale} \Sigma_{LSQ} \mathbf{J}_{jitter/scale}^T + \Sigma_{err} \quad (13)$$

$\mathbf{J}_{jitter/scale}$ 은 식 (9)와 유사하게 잔여 지터와 scale factor에 대한 스코프 응답특성의 감도계수를 Jacobian 행렬로 나타낸 것이다. 또한  $\Sigma_{err}$ 은 앞 절에서 계산한 바와 같이 유한한 평균 횃수에 의해 발생하는 위상오차를 대각행렬로 표현한 것으로 식 (6)의 구조를 맞추기 위해 주대각선 중 앞의  $n$ 개는 0으로 구성되며, 뒤의 나머지  $n$ 개는  $0.2^\circ$ 의 제곱으로 다음과 같이 구성된다.

$$\Sigma_{err} = \begin{pmatrix} 0_1 & \cdots & 0_{n+1} & \cdots & 0_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{n+1} & \cdots & 0.2_1^2 & \cdots & 0_{n+1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{2n} & \cdots & 0_{n+1} & \cdots & 0.2_n^2 \end{pmatrix} \quad (14)$$

잔여 지터와 scale factor 공분산  $\Sigma_{LSQ}$ 는 식 (5)를 기반으로 선형회귀분석을 통해 추정된 값으로 다음과 같이 계산할 수 있다.<sup>[18]</sup>

$$\Sigma_{LSQ} = (\mathbf{J}_{LSQ}^T \mathbf{J}_{LSQ} \sigma_{LSQ}^2)^{-1} \quad (15)$$

여기에서  $\mathbf{J}_{LSQ}$ 는 추정된 잔여 지터와 scale factor에 대한 선형회귀분석 오차의 감도계수이며,  $\sigma_{LSQ}^2$ 는 선형회귀분석의 residual 에러를 의미하며, 다음과 같다.

$$\sigma_{LSQ}^2 = \frac{1}{v} \left[ \left( \log \left( \frac{H_{pow}(1)}{|H_{scope}(1)|} \right) \right) \cdots \left( \log \left( \frac{H_{pow}(n)}{|H_{scope}(n)|} \right) \right) - \begin{pmatrix} \omega^2(1) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ \omega^2(n) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Jitter^2 \\ \log(C) \end{pmatrix} \right)^2 \quad (16)$$

여기에서  $v$ 는 자유도이며, 총 관찰횃수(observation points)에서 추정에 사용된 파라미터 수를 제외한  $n-2$ 가 된다.

### 3-5 반복측정 불확도

마지막으로 반복측정에 의한 공분산  $\Sigma_{rep}$ 은 각각 측정된 샘플링 오실로스코프의 주파수 응답특성으로부터 공분산 행렬을 구한 후 측정횟수로 나누어 계산한다.<sup>[20]</sup>

### 3-6 측정시스템의 총 불확도

측정 시스템 총 불확도는 전술한 공분산 행렬들의 합으로 다음과 같이 계산된다.

$$\Sigma_{total} = \Sigma_{pd} + \Sigma_{time} + \Sigma_z + \Sigma_{jitter/scale} + \Sigma_{rep} \quad (17)$$

따라서 표준불확도는 주대각선(diagonal elements)에 제곱근을 취하면 구할 수 있다. 그림 7은 앞서 전술한 모든 불확도 요인들을 포함한 전체 측정시스템의 총 불확도(확장불확도)이다. 95 % 신뢰구간은 정규분포 분산을 가정할 경우, 표준불확도에 포함인자(coverage factor,  $k$ ) 2를 곱하여 계산한다<sup>[20]</sup>. 측정된 샘플링 오실로스코프의 측정 불확도는 60 GHz까지 약 0.2 dB, 그리고 위상은 2° 이내의 불확도를 가지며, Monte-Carlo 시뮬레이션을 통해 계

산된 95 % 신뢰구간과 서로 잘 일치한다. 또한 전력계를 통해 측정한 진폭 응답특성과 불확도 범위에서 서로 잘 일치하는 것을 확인하였다.

## IV. 결 론

본 논문에서는 전기광학 샘플링 기법으로 교정된 광대역 기준펄스를 이용하여 샘플링 오실로스코프의 주파수 응답특성을 측정하는 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 샘플링 오실로스코프가 가지는 계통오차인 시간축 왜곡 현상과 고주파 영역에서 발생하는 임피던스 부정합도 함께 교정을 수행할 뿐만 아니라, 전력계와의 비교를 통해 잔여 지터와 scale factor를 정확하게 추정이 가능하다. 마지막으로 제안된 방법의 불확도 분석을 수행하였으며, 불확도 범위에서 진폭 응답특성이 전력계를 이용한 방법과 서로 잘 일치하는 것을 확인하였다. 향후 제안된 측정법에 대한 국제적 동등성 확보를 위해 국외 측정표준기관들과의 상호비교를 추진할 예정이다.

## References

- [1] C. Cho, J. G. Lee, J. H. Kim, and D. C. Kim, "Uncertainty analysis in EVM measurement using a Monte Carlo simulation," *Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 64, no. 6, pp. 1413-1418, Jun. 2015.
- [2] C. Cho, J. G. Lee, P. D. Hale, J. A. Jargon, P. Jeavons, and J. B. Schlager, et al., "Calibration of channel mismatch in time-interleaved real-time digital oscilloscopes," in *2015 85th Microwave Measurement Conference (ARFTG)*, Phoenix, May 2015, pp. 1-5.
- [3] C. Cho, J. G. Lee, P. D. Hale, J. A. Jargon, P. Jeavons, and J. B. Schlager, et al., "Calibration of time-interleaved errors in digital real-time oscilloscopes," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 64, no. 11, pp. 4071-4079, Nov. 2016.
- [4] D. Kim, J. G. Lee, D. J. Lee, and C. Cho, "Traceable calibration for a digital real-time oscilloscope with time interleaving architecture," *Measurement Science and Technology*, vol. 29, no. 1, p. 015003, Dec. 2017.

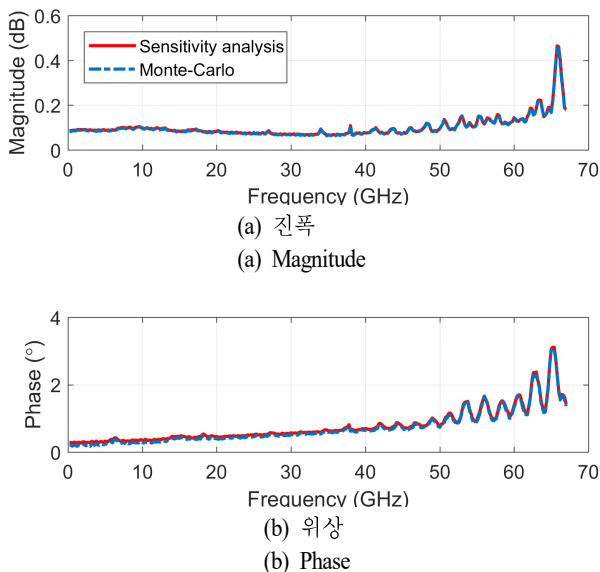


그림 7. 샘플링 오실로스코프의 주파수 응답특성 측정 불확도( $k=2$ , 95 % 신뢰구간)

Fig. 7. Uncertainty of the frequency response measurement for the sampling oscilloscope( $k=2$ , 95 % confidence interval).



- [5] K. Rush, S. Draving, and J. Kerley, "Characterizing high-speed oscilloscopes," *IEEE Spectrum*, vol. 27, no. 9, pp. 38-39, Sep. 1990.
- [6] J. Verspecht, K. Rush, "Individual characterization of broad-band sampling oscilloscopes with a nose-to-nose calibration procedure," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 43, no. 2, pp. 347-354, Apr. 1994.
- [7] P. D. Hale, T. S. Clement, K. J. Coakley, C. M. Wang, D. C. DeGroot, and A. P. Verdoni, "Estimating the magnitude and phase response of a 50 GHz sampling oscilloscope using the 'nose-to-nose' method," in *55th ARFTG Conference Digest*, Boston, MA, Jun. 2000, pp. 1-8.
- [8] D. F. Williams, T. S. Clement, K. A. Remley, P. D. Hale, and F. Verbeyst, "Systematic error of the nose-to-nose sampling oscilloscope calibration," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 55, no. 9, pp. 1951-1957, Sep. 2007.
- [9] T. S. Clement, P. D. Hale, D. F. Williams, C. M. Wang, A. Dienstfrey, and D. A. Keenan, "Calibration of sampling oscilloscopes with high-speed photodiodes," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 54, no. 8, pp. 3173-3181, Aug. 2006.
- [10] J. A. Jargon, P. D. Hale, and C. M. Wang, "Correcting sampling oscilloscope timebase errors with a passively mode-locked laser phase locked to a microwave oscillator," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 59, no. 4, pp. 916-922, Apr. 2010.
- [11] H. Füser, S. Eichstadt, K. Baaske, C. Elster, K. Kuhlmann, and R. Judaschke, et al., "Optoelectronic time-domain characterization of a 100 GHz sampling oscilloscope," *Measurement Science and Technology*, vol. 23, no. 2, p. 025201, 2012.
- [12] 이동준, 이주광, 권재용, 강태원, "1 GHz 대역 임펄스의 스펙트럼 진폭 불확도 평가," *한국전자과학회 논문지*, 23(12), pp. 1365-1372, 2012년 12월.
- [13] D. F. Williams, A. Lewandowski, T. S. Clement, J. C. Wang, P. D. Hale, and J. M. Morgan, et al., "Covariance-based uncertainty analysis of the NIST electrooptic sampling system," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 54, no. 1, pp. 481-491, Jan. 2006.
- [14] P. D. Hale, C. M. Wang, D. F. Williams, K. A. Remley, and J. D. Wepman, "Compensation of random and systematic timing errors in sampling oscilloscopes," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 55, no. 6, pp. 2146-2154, Dec. 2006.
- [15] C. Cho, J. G. Lee, T. W. Kang, and N. W. Kang, "Calibration and uncertainty analysis of sample-time error on high jitter of samplers," *Journal of Electromagnetic Engineering and Science*, to be published.
- [16] D. F. Williams, T. S. Clement, P. D. Hale, and A. Dienstfrey, "Terminology for high-speed sampling oscilloscope calibration," in *2006 68th Microwave Measurement Conference(ARFTG)*, Dec. 2006, pp. 9-14.
- [17] A. Lewandowski, D. F. Williams, P. D. Hale, J. C. M. Wang, and A. Dienstfrey, "Covariance-based vector-network-analyzer uncertainty analysis for time- and frequency-domain measurements," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 58, no. 7, pp. 1877-1886, Jul. 2010.
- [18] G. A. F. Seber, C. J. Wild, *Nonlinear Regression*, Hoboken, NJ, John Wiley & Sons, 2003, pp. 127-190.
- [19] J. A. Jargon, C. Cho, D. F. Williams, and P. D. Hale, "Physical models for 2.4 mm and 3.5 mm coaxial VNA calibration kits developed within the NIST microwave uncertainty framework," in *2015 85th Microwave Measurement Conference(ARFTG)*, Phoenix, May 2015, pp. 1-7.
- [20] JCGM, "Evaluation of Measurement Data - Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement JCGM 100: 2008 (GUM 1995 with minor corrections)," 2008.



## 조 치 현



2004년: 홍익대학교 전자전기공학부 (공학사)

2006년: 홍익대학교 전자전기공학부 (공학석사)

2009년: 홍익대학교 전자전기공학부 (공학박사)

2009년~2012년: 삼성탈레스 전문연구원

2012년~현재: 한국표준과학연구원 전자기표준센터 책임연구원

2017년: 미국 국립표준기술연구소(NIST) 객원연구원

2016년~2017년: 국가과학기술자문회의 정책연구원

[주 관심분야] RF waveform · 디지털 통신신호 · 전자파 측정 표준, 초고주파 회로 및 안테나 설계

## 이 주 광



1984년 2월: 한양대학교 전자공학과 (공학사)

1994년 8월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 (공학석사)

2000년 8월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 (공학박사)

1986년 7월~현재: 한국표준과학연구원 전자파센터 책임기술원

[주 관심분야] 전자파 측정표준(감쇠량, 펄스 특성), EMC 측정 표준, 광기반 초고속 펄스 측정 시스템 개발

## 이 동 준



1995년 2월: 건국대학교 물리학과 (이학사)

1996년 2월: 건국대학교 전자공학과 (공학사)

1999년 1월: 미국 Polytechnic Univ. 전기전자공학과 (공학석사)

2008년 12월: 미국 Univ. of Michigan 전기

전자공학과 (공학박사)

1999년 10월~2002년 8월: 삼성전자 무선사업부 선임연구원

2009년 2월~현재: 한국표준과학연구원 전자기표준센터 책임연구원

2012년 3월~현재: 과학기술연합대학원대학교 측정과학부 겸임부교수

[주 관심분야] 전기광학 기반 안테나 측정, 초고출력 측정용 전기광학 센서 개발, 광기반 벡터회로망분석기 제작, 광기반 초고속 펄스 측정 시스템 개발