

바이스태틱 MIMO 레이다 시스템에 적용되는 ML 도래각 추정 알고리즘의 근사 추정치에 대한 Closed-Form 표현

Closed-Form Expression of Approximate ML DOA Estimates in Bistatic MIMO Radar System

백 지 웅 · 김 종 만* · 이 준 호

Ji Woong Paik · Jong-Mann Kim* · Joon-Ho Lee

요 약

RCS 기술의 발달과 레이다 기술의 발달에 따라 바이스태틱, 멀티스태틱 레이다 시스템이 많이 사용되고 있다. 본 논문은 바이스태틱 MIMO 레이다 시스템의 수신신호 모델링 유도 과정을 보이고, ML 도래각 추정 알고리즘에 바이스태틱 신호를 적용했을 때의 성능 분석을 다룬다. ML 도래각 추정 알고리즘인 경우, 신호원의 개수에 따라 도래각 추정에 요구되는 탐색 차원 또한 증가하게 되어 많은 계산량을 요구한다. 해당 문제점을 해소하기 위해 본 논문은 해당 알고리즘의 추정오차를 closed-form 표현으로 유도함으로써 별도의 도래각 추정 없이 바이스태틱 환경의 수신신호에 대한 ML 알고리즘의 성능분석이 가능함을 보인다.

Abstract

Recently, for detection of low-RCS targets, bistatic radar and multistatic radar have been widely employed. In this paper, we present the process of deriving the received signal modeling of the bistatic MIMO radar system and deals with the performance analysis of applying the bistatic signal to the ML arrival angle estimation algorithm. In case of the ML algorithm, as the number of the targets increases, azimuth search dimension for DOA estimation also increases, which implies that the ML algorithm for multiple targets is computationally very intensive. To solve this problem a closed-form expression of estimation error is presented for performance analysis of the algorithm.

Key words: Bistatic MIMO Radar System, Closed-Form Expression, Maximum-Likelihood, DOA., Estimation Error

I. 서 론

바이스태틱 MIMO(Multiple Input Multiple Output) 레이다 시스템은 비행체의 RCS(Radar Cross Section) 기술의

향상에 대응하여 만들어진 레이다 시스템이다. 기존의 모노스태틱 레이다 시스템은 한 방향으로만 신호를 쏘고 받는다. 때문에 해당 방향의 비행체 RCS가 작으면 타깃의 도래각 추정^{[1]~[12]}에 있어 어려움이 존재한다.

「본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소가 지원하는 국방 피탐지 감소기술 특화연구센터 사업의 일환으로 수행되었습니다.」

세종대학교 정보통신공학과(Information and Communication Engineering, Sejong University)

*국방과학연구소(Agency for Defense Development)

· Manuscript received August, 30, 2017 ; Revised September, 25, 2017 ; Accepted November, 8, 2017. (ID No. 20170830-090)

· Corresponding Author: Joon-Ho Lee (e-mail: joonhlee@sejong.ac.kr)

이에 반해 바이스태틱 MIMO 레이다 시스템^[13]인 경우, 송신기와 수신기가 멀리 떨어져 배치되어 있는 관계로 타깃의 한 방향에서만 탐지하는 것이 아닌 두 방향에서 타깃을 탐지할 수 있다. 이로 인해 한 쪽 방향에서 산란된 신호가 검출되고, 다른 방향에서는 타깃이 탐지되는 방식으로 스텔스 비행체를 탐지하는데 용이하다.

바이스태틱 MIMO 레이다 시스템으로부터 얻은 신호는 DOD(Direction of Departure)/DOA(Direction of Arrival) 추정 알고리즘을 통해 DOD와 DOA를 모두 추정하는 것이 일반적이다. 하지만 만약의 경우, 추정 알고리즘을 DOA 추정 알고리즘을 통해 DOA만 추정할 경우에 발생하는 추정결과를 본 논문은 다루고 있다.

DOA 추정에 사용되는 알고리즘은 ML(Maximum Likelihood) 알고리즘이며^[14], 본 논문은 바이스태틱 신호에 대한 ML DOA 추정 알고리즘의 잡음으로 발생하는 추정 오차를 Closed-form 표현으로 유도하는 과정을 보이고, 이에 따른 성능분석을 보인다.

II. Bistatic MIMO Radar Signal Model

바이스태틱 MIMO 레이다 신호 모델의 유도 과정을 보이고 있다. 수신단 안테나 배열과 송신단 안테나 배열은 ULA(Uniform Linear Array)이다. 송신단 안테나 배열은 M 개의 안테나 소자로 이루어져 있다. 수신단 안테나 배열은 N 개의 안테나 소자를 지니고 있다. 송신단 안테나 배열의 안테나 간 간격은 d_t 이고, 수신단 안테나 배열의 안테나 간 간격은 d_r 이다. 타깃의 개수는 총 P 개이다. 타깃이 (θ_t, θ_r) 에 존재한다고 가정하면, θ_t 는 송신기에 대한 각도이고, θ_r 은 수신기에 대한 각도이다. p 번째 타깃이 $(\theta_{tp}, \theta_{rp})$ 에 존재할 때, 수신기의 n 번째 안테나의 어레이 벡터는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$a_n(\theta_{rp}) = \exp\left[j \frac{2\pi}{\lambda} (n-1) d_r \sin \theta_{rp}\right]. \quad (1)$$

송신기의 m 번째 안테나의 어레이벡터는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$b_m(\theta_{rp}) = \exp\left[j \frac{2\pi}{\lambda} (m-1) d_t \sin \theta_{rp}\right]. \quad (2)$$

식 (1)을 이용하여 수신 어레이 행렬 \mathbf{A}_r 은 다음과 같다.

$$\mathbf{A}_r = \begin{bmatrix} a_1(\theta_{r1}) & \cdots & a_1(\theta_{rp}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_N(\theta_{r1}) & \cdots & a_N(\theta_{rp}) \end{bmatrix}. \quad (3)$$

식 (2)을 이용하여 수신 어레이 행렬 \mathbf{A}_t 은 다음과 같다.

$$\mathbf{A}_t = \begin{bmatrix} b_1(\theta_{t1}) & \cdots & b_1(\theta_{tp}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_M(\theta_{t1}) & \cdots & b_M(\theta_{tp}) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

샘플 개수를 L 로 정의한다. 만약 P 개의 타깃이 있을 경우, 각 타깃의 RCS는 $\alpha_1 \cdots \alpha_p$ 로 표현이 가능하고, 이를 RCS벡터 $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1 \cdots \alpha_p]$ 로 정의한다. 잡음이 없는 수신신호는 다음과 같다.

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}_r \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}) \mathbf{A}_t^T \mathbf{S} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} a_1(\theta_{r1}) & \cdots & a_1(\theta_{rp}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_N(\theta_{r1}) & \cdots & a_N(\theta_{rp}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1(\theta_{t1}) & \cdots & b_M(\theta_{tp}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_M(\theta_{t1}) & \cdots & b_M(\theta_{tp}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1(1) & \cdots & S_1(L) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_M(1) & \cdots & S_M(L) \end{bmatrix}$$

행렬 \mathbf{S} 는 송신기의 코드화된 펄스이다. 바이스태틱 MIMO 레이다 시스템에서는 M 개의 송신단의 안테나들이 내보낸 모든 신호를 각 수신단 안테나들이 받게 된다. 각 송신기의 안테나 신호들을 정합 필터링을 이용하여 구분하기 위해 각 안테나별 펄스 벡터들을 서로 직교하게 설계한다.

$$\mathbf{X}' = \mathbf{A}_r \cdot \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}) \cdot \mathbf{A}_t^T \cdot \mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (6)$$

위 식은 잡음이 존재하는 수신신호이다. 여기서 \mathbf{N} 은

잡음행렬이다. 신호 모델링에 있어 잡음은 평균이 0이고, 분산이 σ^2 인 복소 가우시안 랜덤 변수이다.

잡음이 없는 수신신호인 경우, 정합 필터링을 통해 다음의 식을 구할 수 있다.

$$\mathbf{X}_{MF} = (\mathbf{A}_r \cdot \text{diag}(\mathbf{a}) \cdot \mathbf{A}_t^T \cdot \mathbf{S}) \mathbf{S}^H. \quad (7)$$

잡음이 있는 수신 신호인 경우, 정합 필터링을 통해 다음의 식을 구할 수 있다.

$$\mathbf{X}'_{MF} = (\mathbf{A}_r \cdot \text{diag}(\mathbf{a}) \cdot \mathbf{A}_t^T \cdot \mathbf{S}) \mathbf{S}^H + \mathbf{N} \mathbf{S}^H. \quad (8)$$

III. Maximum Likelihood Algorithm

타깃의 개수를 표현하는 P 가 2라고 가정한다. $\mathbf{A}(\theta_{r1}, \theta_{r2})$ 의 열 공간에서의 투영행렬은 다음과 같이 표현 가능하다.

$$\mathbf{P}_{A_r}(\theta_{r1}, \theta_{r2}) = \mathbf{A}_r(\theta_{r1}, \theta_{r2}) (\mathbf{A}_r(\theta_{r1}, \theta_{r2})^H \mathbf{A}_r(\theta_{r1}, \theta_{r2}))^{-1} \mathbf{A}_r(\theta_{r1}, \theta_{r2})^H \quad (9)$$

잡음이 없는 경우, 식 (7)을 통해 공분산 행렬 $\hat{\mathbf{R}}$ 을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{M} \mathbf{X}_{MF} \mathbf{X}_{MF}^H = \begin{bmatrix} \hat{R}_{11} & \cdots & \hat{R}_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{R}_{N1} & \cdots & \hat{R}_{NN} \end{bmatrix} \quad (10)$$

잡음이 있는 경우, 식 (8)을 통해 공분산 행렬 $\hat{\mathbf{R}}'$ 을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{R}}' = \frac{1}{M} \mathbf{X}'_{MF} \mathbf{X}'_{MF}^H = \begin{bmatrix} \hat{R}'_{11} & \cdots & \hat{R}'_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{R}'_{N1} & \cdots & \hat{R}'_{NN} \end{bmatrix} \quad (11)$$

잡음으로 인해 생기는 공분산 행렬의 오차 $\delta \mathbf{R}$ 는 다음과 같이 정의 가능하다.

$$\delta \mathbf{R} = \hat{\mathbf{R}}' - \hat{\mathbf{R}} \quad (12)$$

ML알고리즘인 경우, 추정 각도 $[\theta_{r1}, \theta_{r2}]$ 는 아래의 비용함수를 통해 구할 수 있다^[14].

$$[\hat{\theta}_{r1}, \hat{\theta}_{r2}] = \arg \left(\max \left[\text{tr}(\mathbf{P}_{A_r(\theta_{r1}, \theta_{r2})} \hat{\mathbf{R}}') \right] \right) \quad (13)$$

추정각도는 $\hat{\theta}_{rp} = \theta_{rp}^{(0)} + \delta \theta_{rp} 1$, $p = 1, 2$ 와 같이 참 각도와 오차각도의 합으로 표현이 가능하다. 식 (13)에서 tr 은 trace연산을 의미하며, $\text{tr}(\mathbf{P}_{A_r(\theta_{r1}, \theta_{r2})} \hat{\mathbf{R}}')$ 은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{tr}(\mathbf{P}_{A_r(\theta_{r1}, \theta_{r2})} \hat{\mathbf{R}}') &= \text{tr} \left(\begin{bmatrix} P_{11}(\theta_{r1}, \theta_{r2}) & \cdots & P_{1N}(\theta_{r1}, \theta_{r2}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{N1}(\theta_{r1}, \theta_{r2}) & \cdots & P_{NN}(\theta_{r1}, \theta_{r2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{R}'_{11} & \cdots & \hat{R}'_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{R}'_{N1} & \cdots & \hat{R}'_{NN} \end{bmatrix} \right) \\ &= \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N P_{kl}(\theta_{r1}, \theta_{r2}) \hat{R}'_{lk}. \end{aligned} \quad (14)$$

IV. Closed-Form Expression of Estimation Error

식 (3)을 통해 아래와 같은 식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} a_n(\theta_{rp}) \times a_n^*(\theta_{rp}) &= 1 \quad n=1, \dots, N \\ p &= 1, 2 \end{aligned} \quad (15)$$

식 (13)으로부터 아래와 같이 식을 유도할 수 있다.

$$\mathbf{A}_r(\theta_{r1}, \theta_{r2})^H \mathbf{A}_r(\theta_{r1}, \theta_{r2}) = \begin{bmatrix} N & B(\theta_{r1}, \theta_{r2}) \\ B^*(\theta_{r1}, \theta_{r2}) & N \end{bmatrix} \quad (16)$$

식 (1)을 이용함으로써, 식 (16)의 $B(\theta_{r1}, \theta_{r2})$ 는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} B(\theta_{r1}, \theta_{r2}) &= \sum_{n=1}^N \exp \left[j \frac{2\pi}{\lambda} (n-1) \Delta (\sin \theta_{r2} - \sin \theta_{r1}) \right] \\ &= \frac{1 - \exp \left[j \frac{2\pi}{\lambda} \Delta (\sin \theta_{r2} - \sin \theta_{r1}) N \right]}{1 - \exp \left[j \frac{2\pi}{\lambda} \Delta (\sin \theta_{r2} - \sin \theta_{r1}) \right]} \end{aligned} \quad (17)$$

식 (9)에서 식 (14)를 이용하여 $\mathbf{P}_{\mathbf{A}_r(\theta_{r1}, \theta_{r2})}$ 의 엔트리를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_{kl}(\theta_{r1}, \theta_{r2}) = \frac{1}{\det(\theta_{r1}, \theta_{r2})} \left[(a_k(\theta_{r1})N - a_k(\theta_{r2})B^*(\theta_{r1}, \theta_{r2}))a_l^*(\theta_{r1}) \right] \\ + \frac{1}{\det(\theta_{r1}, \theta_{r2})} \left[(a_k(\theta_{r2})N - a_k(\theta_{r1})B^*(\theta_{r1}, \theta_{r2}))a_l^*(\theta_{r2}) \right] \quad (18)$$

$P_{kl}(\theta_{r1}, \theta_{r2})$ 의 분자는 $Q_{kl}(\theta_{r1}, \theta_{r2})$ 로 정의 가능하다.

$$Q_{kl}(\theta_{r1}, \theta_{r2}) = (a_k(\theta_{r1})N - a_k(\theta_{r2})B^*(\theta_{r1}, \theta_{r2}))a_l^*(\theta_{r1}) \\ + (a_k(\theta_{r2})N - a_k(\theta_{r1})B^*(\theta_{r1}, \theta_{r2}))a_l^*(\theta_{r2}) \quad (19)$$

$P_{kl}(\theta_{r1}, \theta_{r2})$ 를 θ_{ri} 로 편미분한 결과를 $P_{kl,i}(\theta_{r1}, \theta_{r2})$ 로 정의한다.

$$P_{kl,i}(\theta_{r1}, \theta_{r2}) = \frac{\partial P_{kl}(\theta_{r1}, \theta_{r2})}{\partial \theta_{ri}} \\ = \frac{1}{[\det(\theta_{r1}, \theta_{r2})]^2} \left[\frac{\partial Q_{kl}(\theta_{r1}, \theta_{r2})}{\partial \theta_{ri}} \det(\theta_{r1}, \theta_{r2}) - \frac{\partial \det(\theta_{r1}, \theta_{r2})}{\partial \theta_{ri}} Q_{kl}(\theta_{r1}, \theta_{r2}) \right] \quad (20)$$

두 개의 입사신호들의 실제 입사 각도는 $\theta_{r1}^{(0)}$ 와 $\theta_{r2}^{(0)}$ 로 표현이 가능하고, 두 입사신호들의 추정 각도는 $\hat{\theta}_{r1}$ 과 $\hat{\theta}_{r2}$ 로 정의 가능하다. ML알고리즘은 추정각도에서 최대화되어야 하므로, θ_{r1} 과 θ_{r2} 로 편미분한 ML 비용함수는 0이 되어야 한다. 식 (13), 식 (14) 그리고 식 (20)으로부터 아래의 식을 유도할 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial \theta_{ri}} \text{tr}(\mathbf{P}_{\mathbf{A}(\theta_{r1}, \theta_{r2})} \hat{\mathbf{R}}) \Big|_{\substack{\theta_{r1}=\hat{\theta}_{r1} \\ \theta_{r2}=\hat{\theta}_{r2}}} = \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \frac{\partial P_{kl}(\theta_{r1}, \theta_{r2})}{\partial \theta_{ri}} R'_{lk} \Big|_{\substack{\theta_{r1}=\hat{\theta}_{r1} \\ \theta_{r2}=\hat{\theta}_{r2}}} \\ = \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N P_{kl,i}(\hat{\theta}_{r1}, \hat{\theta}_{r2}) R'_{lk} = 0, \quad i=1, 2 \quad (21)$$

$P_{kl,i,j}(\theta_{r1}, \theta_{r2})$ 는 $P_{kl,i}(\theta_{r1}, \theta_{r2})$ 를 θ_{ri} 로 편미분한 결과를 의미한다.

$$P_{kl,i,j}(\theta_{r1}, \theta_{r2}) \equiv \frac{\partial P_{kl,i}(\theta_{r1}, \theta_{r2})}{\partial \theta_{rj}}. \quad (22)$$

추정 오차에 대한 명시적인 표현을 얻기 위해서는 추정 오차에 대한 선형화가 요구된다. 테일러급수 전개를 식 (20)에 적용하면 아래의 식을 구할 수 있다.

$$P_{kl,i}(\hat{\theta}_{r1}, \hat{\theta}_{r2}) = P_{kl,i}(\theta_{r1}^{(0)}, \theta_{r2}^{(0)}) \\ + \sum_{j=1}^2 \delta \theta_{rj}^{(u=1)} P_{kl,i,j}(\theta_{r1}, \theta_{r2}) \Big|_{\substack{\theta_{r1}=\theta_{r1}^{(0)} \\ \theta_{r2}=\theta_{r2}^{(0)}}}, \quad i,j=1,2 \quad (23)$$

$\delta \theta_{r1}^{(u=1)}$ 와 $\delta \theta_{r2}^{(u=1)}$ 는 각 입사신호의 추정오차를 의미한다. 잡음이 없는 수신신호로부터 구한 공분산을 사용한 경우, ML 비용함수는 실제 입사 각도에서 최대화되어야 하고, ML 비용함수의 편미분 결과 또한 실제 입사 각도로 편미분했을 때 0이 되어야 한다:

$$\frac{\partial \text{tr}(\mathbf{P}_{\mathbf{A}(\theta_{r1}, \theta_{r2})} \hat{\mathbf{R}})}{\partial \theta_{ri}} \Big|_{\substack{\theta_{r1}=\theta_{r1}^{(0)} \\ \theta_{r2}=\theta_{r2}^{(0)}}} = \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N P_{kl,i}(\theta_{r1}, \theta_{r2}) \hat{R}_{lk} \Big|_{\substack{\theta_{r1}=\theta_{r1}^{(0)} \\ \theta_{r2}=\theta_{r2}^{(0)}}} \\ = \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N P_{kl,i}(\theta_{r1}^{(0)}, \theta_{r2}^{(0)}) \hat{R}_{lk} = 0, \quad i=1, 2. \quad (24)$$

식 (23)에서 제시된 테일러급수 전개는 식 (21)로부터의 추정 오차의 명시적인 표현을 얻는데 사용된다. 식 (21)을 식 (23)으로 대체한다. 아래의 식 (25)를 이용하여

$$\hat{R}'_{lk} = \hat{R}_{lk} + \delta R_{lk} \quad (25)$$

아래의 식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N P_{kl,i} \left(\theta_{r1}^{(0)}, \theta_{r2}^{(0)} \right) \left[\hat{R}_{lk} + \delta R_{lk} \right] \\ & + \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \delta \theta_{rj}^{(u=1)} P_{kl,i,j} \left(\theta_{r1}^{(0)}, \theta_{r2}^{(0)} \right) \left[\hat{R}_{lk} + \delta R_{lk} \right] = 0 \quad i=1,2. \end{aligned} \quad (26)$$

최종 목적은 식 (26)의 추정 오차에 대한 명시적인 표현을 구하는 것이다. 식 (26)을 간단히 하기 위해, 식 (24)를 이용했다. 식 (26)에서의 식 (24)를 이용하여, 식(terms yields)를 재배치한다:

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{c} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \left(P_{kl,1} \left(\theta_{r1}^{(0)}, \theta_{r2}^{(0)} \right) \right) \left(\hat{R}_{lk} + \delta R_{lk} \right) \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \left(P_{kl,1,2} \left(\theta_{r1}^{(0)}, \theta_{r2}^{(0)} \right) \right) \left(\hat{R}_{lk} + \delta R_{lk} \right) \\ \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \left(P_{kl,2,1} \left(\theta_{r1}^{(0)}, \theta_{r2}^{(0)} \right) \right) \left(\hat{R}_{lk} + \delta R_{lk} \right) \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \left(P_{kl,2,2} \left(\theta_{r1}^{(0)}, \theta_{r2}^{(0)} \right) \right) \left(\hat{R}_{lk} + \delta R_{lk} \right) \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \delta \theta_{r1}^{(u=1)} \\ \delta \theta_{r2}^{(u=1)} \end{array} \right] \\ & = - \left[\begin{array}{c} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N P_{kl,1} \left(\theta_{r1}^{(0)}, \theta_{r2}^{(0)} \right) \delta R_{lk} \\ \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N P_{kl,2} \left(\theta_{r1}^{(0)}, \theta_{r2}^{(0)} \right) \delta R_{lk} \end{array} \right]. \end{aligned} \quad (27)$$

간결한 표현을 위해, 행렬과 벡터를 정의한다. $\mathbf{C}^{(u=1)}$ 과 \mathbf{b} 의 성분은 다음과 같이 정의된다.

$$\left(\mathbf{C}^{(u=1)} \right)_{ij} \equiv \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N P_{kl,i,j} \left(\theta_{r1}^{(0)}, \theta_{r2}^{(0)} \right) \left(\hat{R}_{lk} + \delta R_{lk} \right) \quad i=1,2, j=1,2 \quad (28)$$

$$\left(\mathbf{b} \right)_j \equiv - \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N P_{kl,j} \left(\theta_{r1}^{(0)}, \theta_{r2}^{(0)} \right) \delta R_{lk} \quad j=1,2. \quad (29)$$

식 (28)과 식 (29)를 통해, 식 (27)을 다음과 같이 행렬로 표현할 수 있다.

$$\mathbf{C}^{(u=1)} \left[\begin{array}{c} \delta \theta_{r1}^{(u=1)} \\ \delta \theta_{r2}^{(u=1)} \end{array} \right] = \mathbf{b} \quad (30)$$

식 (30)에서의 추정 오차는 쉽게 구할 수 있다. 식 (30)

의 해와 관련 추정치는 다음과 같이 주어진다.

$$\left[\begin{array}{c} \delta \theta_{r1}^{(u=1)} \\ \delta \theta_{r2}^{(u=1)} \end{array} \right] = \left(\mathbf{C}^{(u=1)} \right)^{-1} \mathbf{b} \quad (31)$$

$$\hat{\theta}_{rc}^{(u=1)} = \theta_{rc}^{(0)} + \delta \theta_{rc}^{(u=1)}, \quad c=1, 2 \quad (32)$$

($u=1$)은 테일러 전개 사용을 표현하기 위해 사용되었다. 해당 근사는 U 근사라고 불린다. 추정 오차의 MSE(Mean Square Error)의 해석적인 표현을 구하기 위해 V 근사를 사용한다. 높은 SNR(Signal to Noise Ratio)환경일 때, \hat{R}_{lk} 는 δR_{lk} 보다 매우 크다는 점을 이용하는 근사방법이다:

$$\hat{R}_{lk} + \delta R_{lk} \cong \hat{R}_{lk}. \quad (33)$$

식 (33)을 식 (27)에 적용함으로써, V 근사를 통해 추정치를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{c} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \left(P_{kl,1,1} \left(\theta_{r1}^{(0)}, \theta_{r2}^{(0)} \right) \right) \hat{R}_{lk} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \left(P_{kl,1,2} \left(\theta_{r1}^{(0)}, \theta_{r2}^{(0)} \right) \right) \hat{R}_{lk} \\ \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \left(P_{kl,2,1} \left(\theta_{r1}^{(0)}, \theta_{r2}^{(0)} \right) \right) \hat{R}_{lk} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \left(P_{kl,2,2} \left(\theta_{r1}^{(0)}, \theta_{r2}^{(0)} \right) \right) \hat{R}_{lk} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \delta \theta_{r1}^{(u=1,v)} \\ \delta \theta_{r2}^{(u=1,v)} \end{array} \right] \\ & = - \left[\begin{array}{c} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N P_{kl,1} \left(\theta_{r1}^{(0)}, \theta_{r2}^{(0)} \right) \delta R_{lk} \\ \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N P_{kl,2} \left(\theta_{r1}^{(0)}, \theta_{r2}^{(0)} \right) \delta R_{lk} \end{array} \right] \end{aligned} \quad (34)$$

($u=1,v$)는 추정치를 구하기 위해 U 근사와 V 근사를 모두 사용한 것을 나타낸다.

간결한 표현을 위해, U 근사와 V 근사를 적용한 새로운 행렬을 정의한다. $\mathbf{C}^{(u=1,v)}$ 의 성분은 다음과 같이 정의 가능하다.

$$\left(\mathbf{C}^{(u=1,v)} \right)_{ij} = \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N P_{kl,i,j} \left(\theta_{r1}^{(0)}, \theta_{r2}^{(0)} \right) \hat{R}_{lk} \quad i=1,2, j=1,2. \quad (35)$$

식 (34)의 해와 관련 추정치는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{bmatrix} \delta\theta_{r1}^{(u=1,v)} \\ \delta\theta_{r2}^{(u=1,v)} \end{bmatrix} = \left(\mathbf{C}^{(u=1,v)} \right)^{-1} \mathbf{b} \quad (36)$$

$$\hat{\theta}_{rc}^{(u=1,v)} = \theta_{rc}^{(0)} + \delta\theta_{rc}^{(u=1,v)}, \quad c=1, 2. \quad (37)$$

V. Simulation Results

U 근사와 V 근사를 통해 얻은 추정치를 통해 MSE를 얻을 수 있고, 이를 통해 우리는 바이스태틱 MIMO 레이더 신호를 ML 도래각 추정 알고리즘에 적용했을 시, 알고리즘의 도래각 추정 성능 분석이 가능하다.

그림 1과 그림 2의 Simul 1 그래프는 Monte-Carlo 시뮬레이션을 이용하여 구한 근사과정을 거치지 않은 ML 도래각 추정 알고리즘의 MSE를 나타낸다. Simul 2 그래프는 논문에서 제시한 방법으로 구한 도래각 추정 오차를 이용하여 Monte-Carlo 시뮬레이션을 통해 얻은 ML 도래각 추정 알고리즘의 MSE를 보여준다.

또한 그림 1과 그림 2는 SNR의 증가에 따라 근사과정 이 없는 ML의 MSE와 근사과정을 거쳐서 유도한 추정 오차를 통해 구한 MSE가 정상적으로 감소하는 것을 보이고 있다. RCS가 동일하고 인접한 위치에 있는 두 개의 타

깃에 대한 ML 알고리즘의 성능과 분해능을 보기 위해 타깃의 위치가 $[10^\circ, 20^\circ]$ 에 위치하게 설정하였다.

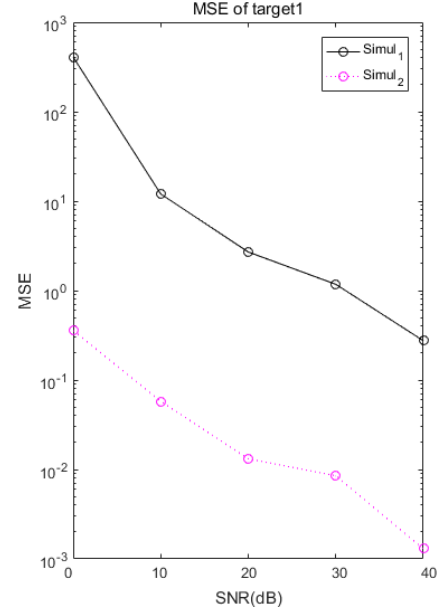


그림 1. SNR 변화에 따른 타깃 2의 MSE
Fig. 1. MSE of target 2 with respect to SNR.

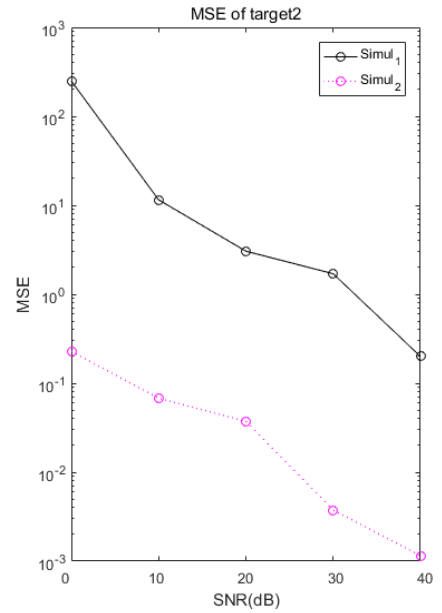


그림 1. SNR 변화에 따른 타깃 2의 MSE
Fig. 2. MSE of target 2 with respect to SNR.

표 1. 시뮬레이션 파라미터

Table 1. Simulation parameters.

Parameters	Values
# of receiver's antennas	10
# of transmitter's antennas	10
# of snapshots	2 ¹⁰
# of targets	2
Wave length (λ)	0.03 m
Interelement space at the transmitter	0.5 $\times \lambda$
Interelement space at the receiver	0.5 $\times \lambda$
RCS	[50,50]
SNR	0, 10, 20, 30, 40 dB
DOAs of the targets	[10°, 20°]

VI. Conclusion

본 논문에서는 Bistatic MIMO 레이더 시스템의 방위각 추정을 위해 Bistatic MIMO 레이더 시스템의 수신 신호 모델링과 ML 알고리즘과 관련된 추정 오차가 Closed-form으로 표현될 수 있음을 보였다.

그 유도는 작은 추정 오차에 대해서 배열 벡터의 테일러 시리즈 근사를 만들 수 있다는 사실에 기반을 두고 있다. 이를 통해 추정 오차의 Closed-form 표현을 얻을 수 있다. Closed-form으로 표현된 추정오차를 이용함으로써 별도의 ML의 도래각 추정 과정이 없는 Monte-Carlo 시뮬레이션을 통해 해당 알고리즘의 성능분석이 가능하다. 본 논문에서는 시뮬레이션을 통해 제시한 방법이 정상 구동함을 보였다.

References

- [1] J. E. Fernández del Río, M. F. Catedra-Perez, "A comparison between matrix pencil and root-MUSIC for direction-of-arrival estimation making use of uniform linear arrays", *Digital Signal Processing*, pp. 153-162, vol. 7, no. 3, Jul. 1997.
- [2] S. D. Silverstein, M. D. Zoltowski, "The mathematical basis for element and fourier beamspace MUSIC and root-MUSIC algorithms", *Digital Signal Processing*, vol. 1, no. 3, pp. 161-175, Jul. 1991.
- [3] Z. Weng, P. M. Djurić, "A search-free DOA estimation algorithm for coprime arrays", *Digital Signal Processing*, vol. 24, pp. 27-33, Jan. 2014.
- [4] Z.-Q. He, Z.-P. Shi, and L. Huang, "Covariance sparsity-aware DOA estimation for nonuniform noise", *Digital Signal Processing*, vol. 24, pp. 75-81, May 2014.
- [5] J. Li, X. Zhang, "Two-dimensional angle estimation for monostatic MIMO arbitrary array with velocity receive sensors and unknown locations", *Digital Signal Processing*, vol. 24, pp. 34-41, Jan. 2014.
- [6] J.-H. Lee, Y.-S. Jeong, S.-W. Cho, W.-Y. Yeo, and K. Pister, "Application of the Newton method to improve the accuracy of TOA estimation with the beamforming algorithm and the MUSIC algorithm", *Progress in Electromagnetics Research*, vol. 116, pp. 475-515, 2011.
- [7] J.-H. Lee, S.-W. Cho, and H.-S. Kim, "Newton-type method in spectrum estimation-based AOA estimation", *IEICE Electronics Express*, vol. 9, no. 12, pp. 1036-1043, 2012.
- [8] J.-H. Lee, Sung-Woo Cho, and In-Sik Choi, "Simple expressions of CEP and covariance matrix for localization using LOB measurements for circular trajectory", *IEICE Electronics Express*, vol. 9, no. 14, pp. 1221-1229, 2012.
- [9] J.-H. Lee, S.-W. Cho, "Performance improvement of the AOA estimation algorithm using the Newton iteration", *The Applied Computational Electromagnetics Society Journal*, vol. 28, no. 3, pp. 249-272, Mar. 2013.
- [10] S.-W. Cho, J.-H. Lee, "Efficient implementation of the Capon beamforming using the Levenberg-Marquardt scheme for two dimensional AOA estimation", *Progress in Electromagnetics Research*, vol. 137, pp. 19-34, 2013.
- [11] J.-H. Lee, S.-W. Cho, and H.-J. Moon, "Application of the alternating projection strategy to the Capon beamforming and the MUSIC algorithm for azimuth/elevation AOA estimation", *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 27, no. 12, 2013.
- [12] J.-H. Lee, S.-W. Cho, and S.-H. Jeong, "Application of the Levenberg-Marquardt scheme to the MUSIC algorithm for AOA estimation", *International Journal of Antennas and Propagation*, vol. 2013, article ID 402842, 2013.
- [13] H. Yan, J. Li, and G. Liao, "Multitarget identification and localization using bistatic MIMO radar systems", *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, Dec. 2007.
- [14] P. Stoica, A. Nehorai, "MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound", *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 37, no. 5, pp. 720-741, 1989.

백 지 응



처리, 압축센싱

2015년 8월: 세종대학교 정보통신공학과 (공학사)
2017년 8월: 세종대학교 정보통신공학과 (공학석사)
2017년 8월~현재: 세종대학교 정보통신공학과 (공학박사)
[주 관심분야] 배열신호처리, 레이더신호

이 준 호



구원
2004년 3월~현재: 세종대학교 정보통신공학과 교수
[주 관심분야] 배열신호처리, 레이더신호처리

1994년 2월: 포항공과대학교 전자전기공학과 (공학사)
1996년 2월: 포항공과대학교 전자전기공학과 (공학석사)
1999년 8월: 포항공과대학교 전자전기공학과 (공학박사)
1999년 7월~2004년 2월: 한국전자통신연

김 중 만



2002년 2월: 경북대학교 전자전기공학부 (공학사)
2004년 2월: 포항공과대학교 전자전기공학과 (공학석사)
2005년 2월~현재: 국방과학연구소 연구원
[주 관심분야] 레이더 시스템 및 탐지/추적